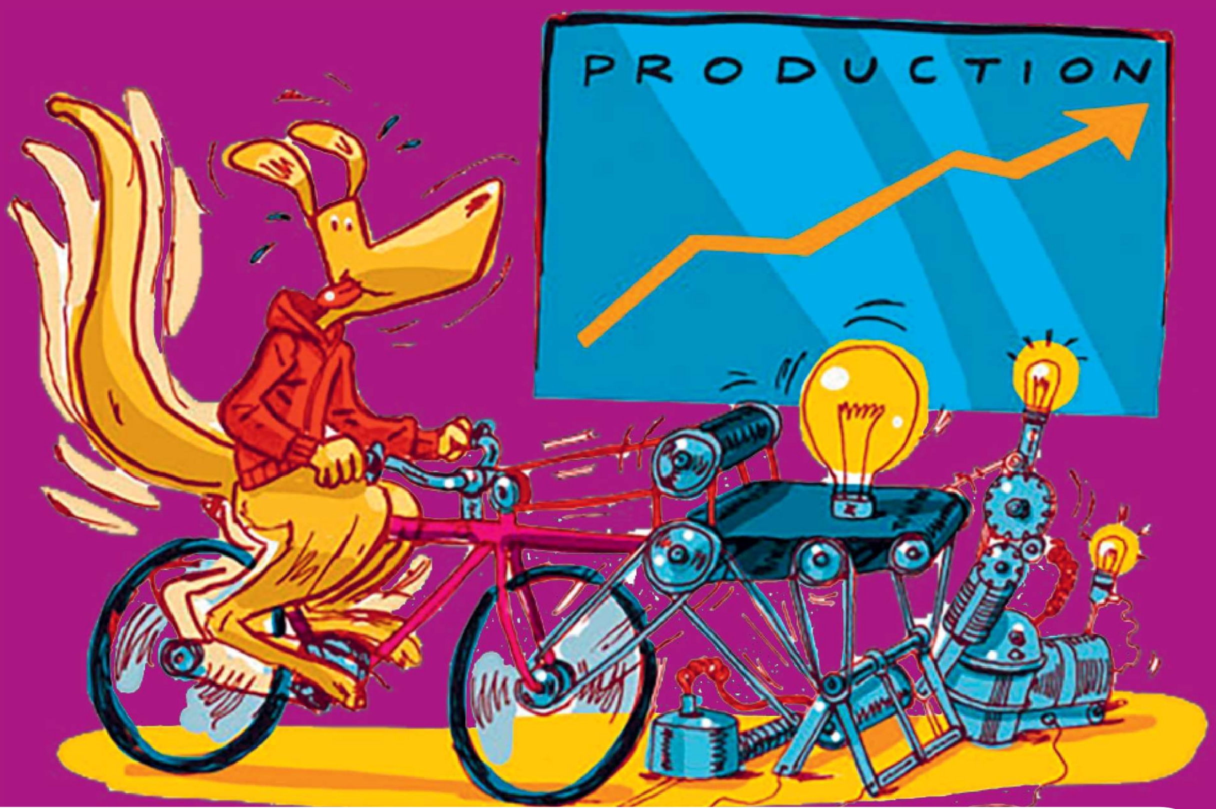
Fonctions

B3



Série 1

Déterminer une image ou un antécédent à partir d'une expression littérale

Exercice corrigé

a. Soit la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.
Détermine l'image de -5 par la fonction f.

b. Soit la fonction g affine telle que $g(x) = 5x - 1$. Calcule l'antécédent de 14 par la fonction g.

Correction

a. $f(x) = x^2 - 4$
$f(-5) = (-5)^2 - 4$
$f(-5) = 25 - 4$
$f(-5) = \mathbf{21}$

b. L'antécédent de 14 par g est solution de l'équation : $g(x) = \mathbf{14}$ soit $5x - 1 = \mathbf{14}$ et $5x = 15$ donc $x = 3$.
L'**antécédent** de **14** par g est donc **3**.

1 Traduis chaque égalité par une phrase contenant le mot *image*.

a. $f(4) = 32$ | **b.** $h(12) = -4$

a. ....

b. ....

2 Traduis chaque égalité par une phrase contenant le mot *antécédent*.

a. $g(0) = -2{,}9$ | **b.** $k(-4) = 1$

a. ....

b. ....

3 Traduis chaque phrase par une égalité.

a. 4 a pour image 5 par la fonction f.
b. -3 a pour image 0 par la fonction g.
c. L'image de 17,2 par la fonction h est -17.
d. L'image de $-31{,}8$ par la fonction k est -3.
e. 4 a pour antécédent 5 par la fonction f.
f. -3 a pour antécédent 0 par la fonction g.
g. Un antécédent de 7,2 par la fonction h est -1.
h. Un antécédent de -5 par la fonction k est -8.

a. .... | **e.** ....
b. .... | **f.** ....
c. .... | **g.** ....
d. .... | **h.** ....

4 Soit une fonction f telle que $f(-5) = 10{,}5$.
Traduis cette égalité par deux phrases :
a. l'une contenant le mot *image* ;
b. l'autre contenant le mot *antécédent*.

a. ....

....

b. ....

....

5 On considère une fonction h qui à tout nombre associe la moitié de ce nombre.

a. Quelle est l'image de 16 ? ....

b. Quelle est l'image de 9 ? ....

c. Calcule $h(12)$. ....

d. Complète : $h(\ldots\ldots) = 16$.

e. Exprime $h(x)$: ....

6 Soit la fonction k qui à tout nombre associe son inverse.

a. Quelle est l'image de 3 ? ....

b. Détermine le nombre qui a pour image -5.

....

c. Quel nombre a pour antécédent $-8{,}25$?

....

d. Complète : $k(\ldots\ldots) = 16$ et $k\left(\dfrac{3}{2}\right) = \ldots\ldots$

e. Exprime $k(x)$: ....

7 On considère la fonction f qui à tout nombre associe son carré. Calcule.

a. $f(2) = $ .... | **c.** $f(1{,}2) = $ ....

b. $f(-3) = $ .... | **d.** $f(-3{,}6) = $ ....

e. Donne un antécédent de 4 par f : ....

f. Donne un antécédent de 5 par f : ....

Série 1

Déterminer une image ou un antécédent à partir d'une expression littérale

8 On considère la fonction f définie par :

$$f : x \longmapsto \frac{x+2}{x-1}.$$

a. Pour quelle valeur de x cette fonction n'est-elle pas définie ? Justifie.

....

....

b. Calcule.

- $f(-2) =$ ....
- $f(-1) =$ ....
- $f(-0,5) =$ ....
- $f(0) =$ ....
- $f(2) =$ ....
- $f(4) =$ ....

c. Déduis-en un antécédent par f du nombre :

- -2 : ....
- -1 : ....
- $-0,5$: ....
- 0 : ....
- 2 : ....
- 4 : ....

9 On considère la fonction $g : x \longmapsto 9x$. Calcule.

a. $g(5)$ et $g(-5)$.

....

....

b. L'image de 5,2.

....

c. L'image de $-\dfrac{1}{3}$.

....

d. L'antécédent de 27.

....

....

e. L'antécédent de $-4,5$.

....

....

....

10 Soit la fonction $h : x \longmapsto -\dfrac{2}{3}x$. Calcule.

a. L'image de 7. ....

b. $h\left(-\dfrac{5}{2}\right)$ ....

....

c. L'antécédent de 1.

....

....

d. Le nombre qui a pour image $\dfrac{3}{4}$.

....

....

11 On considère la fonction $f : x \longmapsto -3x + 7$.

a. Calcule $f(8)$. ....

b. Calcule l'image de 0. ....

c. Calcule l'antécédent de 2.

....

....

d. Calcule le nombre qui a pour image 10.

....

....

12 Soit h la fonction définie par :
$h(x) = (3x - 2)^2 - 16$.

a. Détermine les images de 0 ; -1 et 3 par h.

....

....

....

b. Détermine l'antécédent de -16 par h.

....

....

c. -25 a-t-il un (ou des) antécédent(s) par h ?

....

....

13 Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x^2 + 8$.
Quelles sont les assertions vraies ?
Justifie chaque réponse par un calcul.

a. $f(-1) = 10$

b. $f(0) = 6$

c. $f : 9 \longmapsto -154$

d. $f(5) = -42$

a. ....

b. ....

c. ....

d. ....

e. Détermine le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 0 par f.

....

....

Fonction linéaire ou affine

Exercice corrigé

Parmi les fonctions suivantes, détermine les fonctions affines, les fonctions linéaires et les fonctions constantes.

a. $f(x) = 3x$
b. $g(x) = -7x + 2$
c. $h(x) = 5x^2 - 3$
d. $k(x) = x$
e. $l(x) = 3x - 7$
f. $m(x) = 78$

Correction

a. f est une fonction linéaire de coefficient directeur 3.
b. g est une fonction affine de coefficients $a = -7$ et $b = 2$.
c. h n'est pas une fonction affine car x est élevé au carré.
d. k est une fonction linéaire de coefficient directeur 1.
e. l est une fonction affine de coefficients $a = 3$ et $b = -7$.
f. m est une fonction constante.

1 Complète le tableau en indiquant les fonctions linéaires et leurs coefficients.

$f : x \longmapsto 6x - 1$

$g : x \longmapsto \dfrac{x}{5}$

$h : x \longmapsto \dfrac{5}{x}$

$j : x \longmapsto -3x^2$

$k : x \longmapsto -\dfrac{2}{7}x$

$l : x \longmapsto 5x - 3{,}2x$

$m : x \longmapsto -3(x-2)$

$n : x \longmapsto 3(1-x) - 3$

Fonction linéaire				
Coefficient				

2 f est une fonction linéaire de coefficient -5.

a. Complète le tableau de valeurs.

x	-3	$-0{,}5$			5		10
$f(x)$			0,5	0		-18	

b. Que peux-tu dire de ce tableau ? Justifie.

....

....

3 k est une fonction linéaire telle que $k(4) = 3$.
Est-il possible que $k(-8) = -5$? Justifie.

....

....

4 f est une fonction linéaire telle que $f(7) = -2$. Sans déterminer le coefficient de f, calcule.

a. $f(21) =$ ....

b. $f(-3{,}5) =$ ....

5 g est une fonction linéaire telle que $g(3) = 7{,}2$ et $g(5) = 12$. Sans déterminer le coefficient de g, calcule.

a. $g(2) =$ ....

b. $g(-2) =$ ....

c. $g(-6) =$ ....

d. $g(11) =$ ....

6 Parmi ces fonctions, détermine :

$f : x \longmapsto 4x - 3$

$g : x \longmapsto 5 - 2x$

$h : x \longmapsto 4{,}5x$

$j : x \longmapsto 3x^2 + 5$

$k : x \longmapsto -4$

$l : x \longmapsto \dfrac{1}{x}$

a. celles qui sont affines : ....

b. celles qui sont linéaires : ....

c. celles qui sont constantes : ....

d. celles qui ne sont pas affines : ....

7 g est la fonction définie par $g(x) = 2x - 5$.

a. Complète le tableau de valeurs.

x	$-5{,}5$	-3		0		15	
$g(x)$			0		5		2,4

b. Est-ce un tableau de proportionnalité ? Justifie.

....

....

8 Soit h la fonction affine qui à un nombre x associe le nombre $7x + 3$.

a. Calcule les rapports suivants.

$\dfrac{h(3) - h(2)}{3 - 2} =$ ....

$\dfrac{h(5) - h(-1)}{5 - (-1)} =$ ....

$\dfrac{h(-3) - h(4)}{-3 - 4} =$ ....

b. Que remarques-tu ?

....

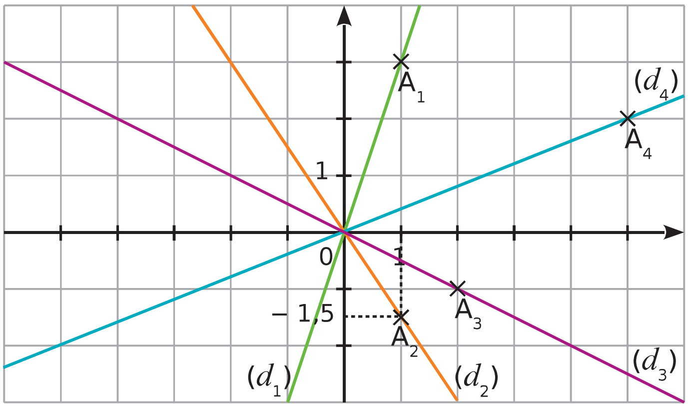
9 Dans une recette de pâte à crêpes, on peut lire qu'il faut 1 L de lait pour réaliser 20 crêpes. Traduis cette situation de proportionnalité par une fonction.

....

....

....

10 Les droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) sont les représentations graphiques respectives de quatre fonctions linéaires f_1, f_2, f_3 et f_4.



a. Quelles sont les coordonnées de A_1, A_2, A_3 et A_4 ?

....

....

....

....

b. Déduis-en quatre égalités avec f_1, f_2, f_3 et f_4.

....

....

....

....

c. Déduis-en le coefficient de f_1, f_2, f_3 et f_4.

Fonction	f_1	f_2	f_3	f_4
Coefficient				

d. Déduis-en l'expression de chaque fonction.

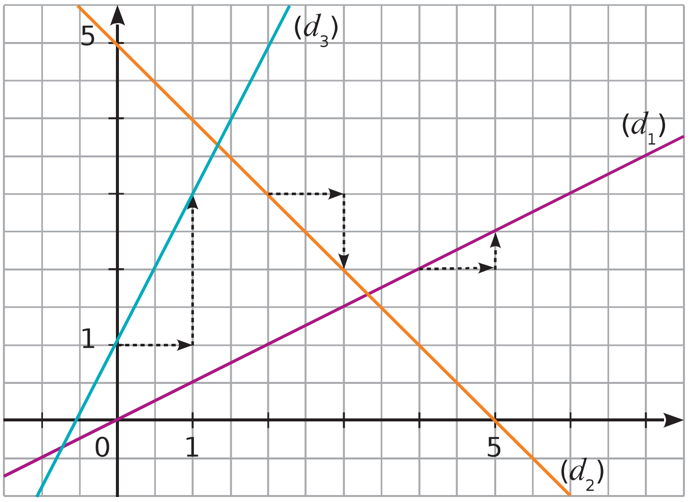
....

....

....

....

11 Les droites (d_1), (d_2) et (d_3) sont les représentations graphiques respectives de trois fonctions affines f_1, f_2 et f_3.



a. Par f_1, détermine les images de 1 et 6.

....

b. Par f_2, détermine les images de 1 et 4.

....

c. Indique la (les) fonction(s) qui a (ont) un coefficient négatif.

....

d. Indique le coefficient de chaque fonction dans ce tableau.

Fonction	f_1	f_2	f_3
Coefficient			

e. Indique l'ordonnée à l'origine de chaque droite.

Droite	(d_1)	(d_2)	(d_3)
Ordonnée à l'origine			

f. Déduis-en l'expression de chaque fonction.

....

....

....

g. Vérifie par le calcul les lectures graphiques effectuées en **a.** et **b.**

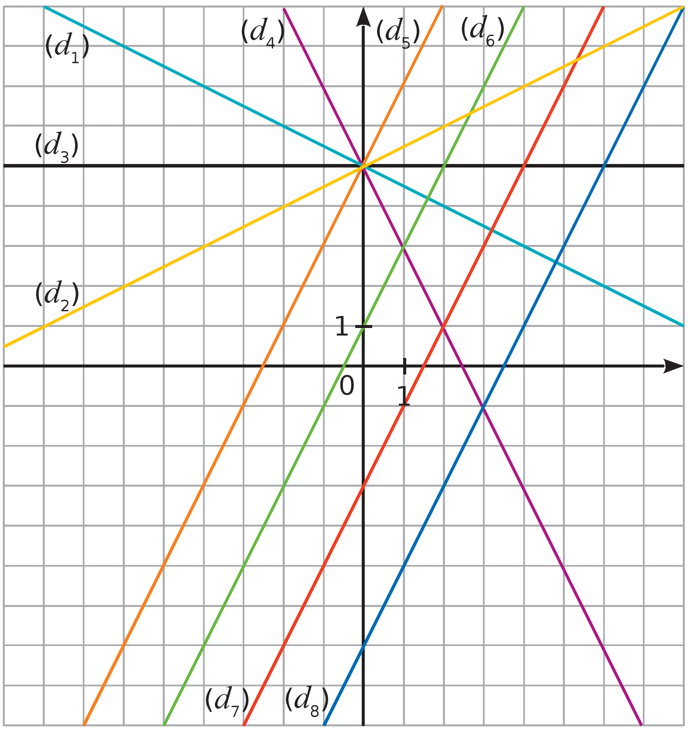
....

....

....

Fonction linéaire ou affine

12 Par lecture graphique, indique pour chaque fonction affine la droite qui est sa représentation graphique.



Fonction	Droite	Fonction	Droite
$x \longmapsto 2x + 1$	$(d_{\dots})$	$x \longmapsto 2x - 3$	$(d_{\dots})$
$x \longmapsto \frac{1}{2}x + 5$	$(d_{\dots})$	$x \longmapsto 2x - 7$	$(d_{\dots})$
$x \longmapsto -2x + 5$	$(d_{\dots})$	$x \longmapsto -\frac{1}{2}x + 5$	$(d_{\dots})$
$x \longmapsto 5$	$(d_{\dots})$	$x \longmapsto 2x + 5$	$(d_{\dots})$

13 Indique la fonction linéaire associée à chaque tableau si c'est possible.

Tableau 1

5	10	15	20
10	15	20	25

Tableau 2

30	33	36	39
10	11	12	13

Tableau 3

1,5	2	2,5	3
4,5	6	7,5	9

Tableau 4

7	14	21	35
1	2	3	4

Tableau 1 : ....

Tableau 2 : ....

Tableau 3 : ....

Tableau 4 : ....

14 Soient f_1 et f_2 deux fonctions linéaires telles que :

$f_1(3) = 18$ et $f_2(-3) = 27$.

Détermine les fonctions f_1 et f_2.

....

15 $f(x)$ est une fonction affine de la forme $ax + b$ telle que : $f(-3) = -10$ et $f(3) = 2$.

On souhaite déterminer l'expression de f, c'est-à-dire déterminer a et b.

a. Calcule le coefficient de f en utilisant la formule

$$a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}.$$

....

b. Détermine l'expression de f.

....

16 Soient f et g deux fonctions affines telles que :

$f(0) = 2$ et $f(4) = -18$ et $g(0) = -1$ et $g(4) = 13$.

a. Quelles sont les ordonnées à l'origine b_f et b_g correspondant à chaque fonction ?

....

b. Détermine les fonctions f et g.

....

17 Détermine les fonctions affines f_1 et f_2 telles que :

$f_1(1) = 4$ et $f_1(4) = 7$ et $f_2(2) = -1$ et $f_2(-1) = 2$.

....

Modéliser une situation

1 On considère un rectangle ABCD tel que AB = 16 cm et AD = 6 cm. On place un point M sur le segment [DC]. Fais une figure à main levée.

a. Exprime l'aire de AMCB en fonction de MC.

....

....

....

b. On pose MC = x. Donne un encadrement des valeurs de x possibles, puis indique une expression de la fonction f qui à x associe l'aire de AMCB.

....

....

....

c. Calcule l'aire du trapèze AMCB si MC = 7 cm en utilisant la fonction f.

....

2 On considère ce programme de calcul.

```
•Choisis un nombre.
•Ajoute-lui 5.
•Multiplie cette somme par 3.
•Soustrais 6 à ce produit.
```

a. Teste ce programme avec le nombre 2.

....

b. En notant x le nombre choisi au départ, détermine la fonction g qui associe à x le résultat obtenu avec le programme.

....

....

c. Détermine $g(0)$.

....

d. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 18 ?

....

....

3 On appelle h la fonction qui à un nombre associe son résultat obtenu avec le programme de calcul suivant.

```
•Choisis un nombre.
•Ajoute-lui −5.
•Calcule le carré de la somme obtenue.
```

a. Complète le tableau de valeurs suivant.

x	−3	−2	0	2	5	π
$h(x)$						

b. Quelle est l'image de 0 par h ? ....

c. Donne un antécédent de 0 par h. ....

4 **Pourcentage et fonction linéaire**

Durant les soldes, un magasin pratique une remise de 15 % sur tous les articles.

a. Un article coûtait 28 € avant les soldes.
Quel est son nouveau prix ?

....

....

....

....

b. On appelle f la fonction qui au prix de départ p associe le prix soldé. Donne son expression.

....

....

....

....

....

c. Un article coûtait 45 € avant les soldes.
Quel est son prix soldé ?

....

....

....

d. Un article est soldé à 31,79 €.
Quel était son prix avant les soldes ?

....

....

....

5 Indique si chaque fonction est affine. Justifie.

a. La fonction qui à un nombre associe le résultat du programme de calcul suivant.

```
• Choisis un nombre.
• Ajoute-lui 1.
• Multiplie le tout par 3.
• Annonce le résultat.
```

....

....

....

....

b. La fonction par laquelle la longueur du rayon d'un cercle a pour image le périmètre de ce cercle.

....

....

....

c. La fonction qui à la longueur du rayon d'un disque associe l'aire de ce disque.

....

....

....

6 La résistance de l'air est la force exercée par l'air sur un corps en mouvement. Elle s'oppose au mouvement de celui-ci. Pour une voiture, elle peut se calculer par la formule 3,06 v^2.

On appelle *R* la fonction qui à la vitesse v (en km/h) associe la résistance de l'air en Newton.

a. Calcule *R*(30).
Donne une interprétation du résultat.

....

....

....

b. Donne un antécédent de 51 714 par *R*.
Donne une interprétation du résultat.

....

....

....

....

....

....

7 ABCD est un rectangle tel que AB = 7 cm et AD = 5 cm. Un point M se déplace sur les côtés [AB] et [BC] du rectangle et on note x la distance à parcourir du point A au point M en parcourant le rectangle dans le sens ABCD.

a. Fais une figure.

On appelle $f(x)$ l'aire du quadrilatère AMCD.

b. Donne un encadrement de x lorsque :

• M ∈ [AB] • M ∈ [BC]

....

....

c. Détermine $f(x)$ dans chacun des cas suivants :

• M ∈ [AB] • M ∈ [BC]

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

d. Calcule $f(2)$, $f(7)$, $f(10)$.

....

....

....

....

Utiliser un tableau de valeurs

Exercice corrigé

Voici un **tableau de valeurs** de la fonction f :

x	-4	-2	0	2	4
$f(x)$	12	0	-4	0	12

a. Détermine l'image de 0 par la fonction f.
b. Détermine un (des) antécédent(s) de 0 par la fonction f.

Correction

a. On cherche 0 sur la 1re ligne du tableau et on lit son **image** sur la 2de ligne. **L'image** de 0 par la fonction f est -4. On écrit $f(0) = -4$ (ou $f : 0 \longmapsto -4$).

b. On cherche 0 sur la 2de ligne du tableau et on lit ses **antécédents** sur la 1re ligne.
Des antécédents de 0 par la fonction f sont -2 et 2.
On écrit $f(-2) = f(2) = 0$.

1 Voici un tableau de valeurs d'une fonction f.

x	-3	-1	0	2	4	5
$f(x)$	7	-2	3	5	-3	6

■ Quelle est l'image par la fonction f de :

a. 0 ? | **b.** 5 ? | **c.** -3 ?

....

■ Donne un antécédent par la fonction f de :

d. 7 ? | **e.** 5 ? | **f.** -3 ?

....

2 Voici un tableau de valeurs d'une fonction g.

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	1	2	-1	-4	3

Complète avec *image* ou *antécédent*.

a. 1 est .... de -2 par g.

b. 2 est .... de 3 par g.

c. -4 est .... de 1 par g.

d. 2 est .... de -1 par g.

e. 0 est .... de -1 par g.

f. Combien d'image(s) a le nombre 1 par g ? ....

3 Voici un tableau de valeurs d'une fonction h.

x	-3	$-2{,}5$	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0
$h(x)$	$-1{,}5$	-2	$1{,}4$	$-1{,}8$	$-1{,}5$	$0{,}25$	2

Complète chacune des égalités suivantes.

a. $h(-2{,}5) =$ ....
b. $h($..........$) = -1{,}8$
c. $h(0) =$ ....
d. $h($..........$) = -1{,}5$
e. $h(-0{,}5) =$ ....
f. $h($..........$) = 1{,}4$

4 Voici des indications sur une fonction k.

- L'image de 2 par k est 5,5.
- $k : -10 \longmapsto -6$ et $k(-6) = 2$.
- Un antécédent de -4 par k est 5,5.
- Les antécédents de 5,5 sont 2, -4 et 125.

Complète le tableau grâce à ces indications.

x						
$k(x)$						

5 Complète ce tableau de valeurs et les phrases concernant une fonction p.

x		4	-2	12	7		-10
$p(x)$	4			-17	2		12

a. -8 est l'image de 4 par la fonction p.
b. Un antécédent de 4 par la fonction p est -3.
c. -8 a pour antécédent 15 par la fonction p.
d. $p(-2) = 7$ et $p(7) =$ ....
e. 12 a pour image .... par la fonction p.
f. L'image de .... par la fonction p est 12.

6 On considère la fonction h définie par :

$$h(x) = 0{,}5x^3 - 2x^2 + 1.$$

a. Complète le tableau de valeurs.

x	0	1	2	3	4	5	6
$h(x)$							

b. Donne un encadrement de l'antécédent de 0.

....

c. Complète ce tableau de valeurs afin de donner un encadrement de l'antécédent de 0 à 10^{-1} près.

x							
$h(x)$							

Série 5 Déterminer une image ou un antécédent à partir d'une courbe

Exercice corrigé

Le graphique suivant représente la fonction f.

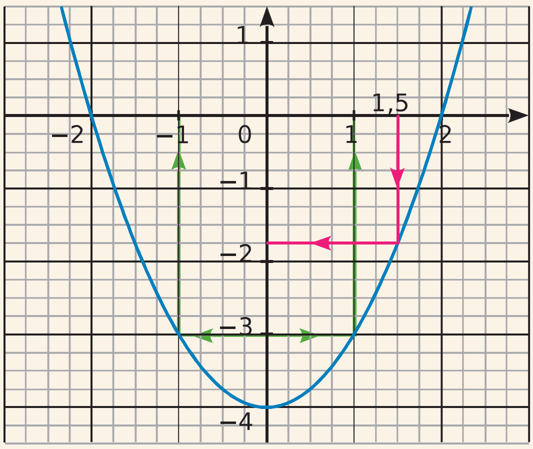
a. Détermine graphiquement $f(1{,}5)$.

b. Détermine graphiquement le (les) antécédent(s) de -3 par la fonction f.

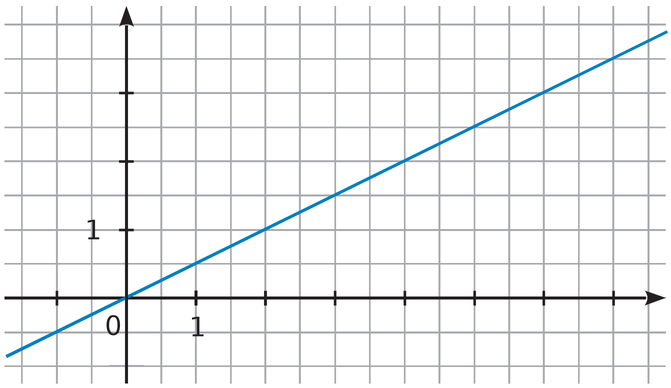
Correction

a. $f(1{,}5) = -1{,}75$.

b. -3 a **deux antécédents** par la fonction f : -1 **et** 1.



1 Ce graphique représente une fonction f.



a. Place le point A de la courbe d'abscisse 4.

b. Quelle est l'ordonnée de A ? ....

c. Place le point B de la courbe d'abscisse 7.

d. Quelle est l'ordonnée de B ? ....

e. Place le point C de la courbe d'ordonnée 1.

f. Quelle est l'abscisse de C ? ....

g. Place le point D de la courbe d'ordonnée 2,5.

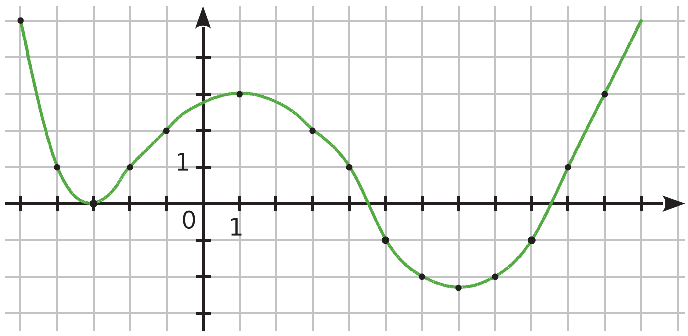
h. Quelle est l'abscisse de D ? ....

i. Place le point E de coordonnées $(-1 ; 3)$.

j. Complète :

$f(4) =$ .... ; $f(7) =$ .... ; $f(\ldots\ldots) = 1$; $f(\ldots\ldots) = 2{,}5$

2 Ce graphique représente une fonction g pour x compris entre -5 et 12.



a. Place le point E de la courbe d'abscisse 1. Quelle est l'ordonnée de E ? ....

b. Place le point F de la courbe d'abscisse 8. Quelle est l'ordonnée de F ? ....

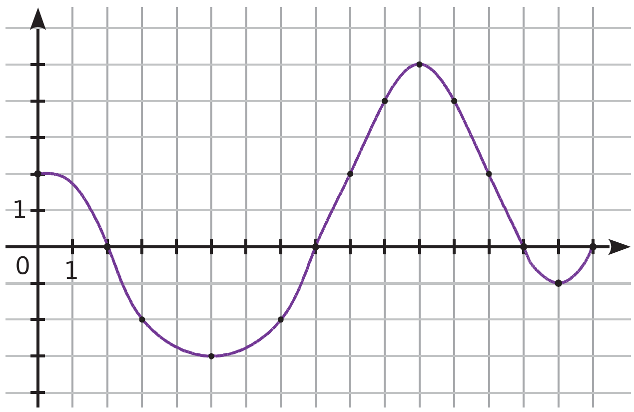
c. Place les points G_1, G_2, G_3... de la courbe qui ont pour ordonnée 1 et donne les coordonnées de chacun de ces points.

....

d. Combien de points ont pour ordonnée -2 ? Écris les coordonnées de ces points.

....

3 Ce graphique représente une fonction k pour x compris entre 0 et 16.



a. L'image de 8 par la fonction k est ....

b. Quels sont les antécédents de 2 par k ?

....

c. Quels nombres ont pour image -2 par k ?

....

d. Quels sont les antécédents de 0 par k ?

....

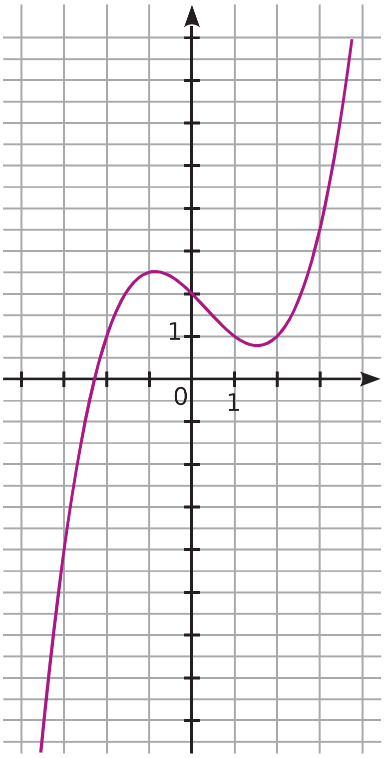
e. Quels nombres entiers ont deux antécédents ?

....

Série 5

Déterminer une image ou un antécédent à partir d'une courbe

4 Ce graphique représente une fonction h.



Complète.

a. $h(-2) =$ ....

b. $h(-1) =$ ....

c. $h($...........$) = -4$

d. $h(0) =$ ....

e. $h(1) =$ ....

f. $h(2) =$ ....

g. $h($........$) = 3{,}5$

h. Quels sont les antécédents de 1 par h ?

....

....

5 Ce graphique représente la courbe d'une fonction g. Par lecture graphique, complète les phrases.

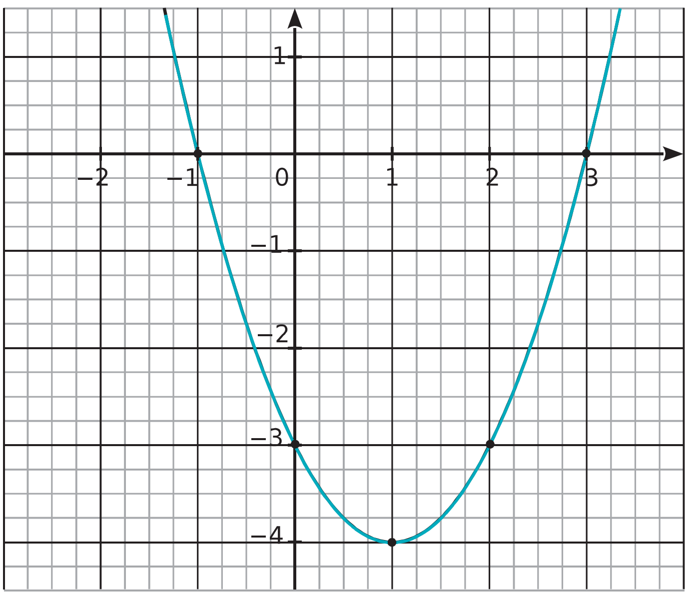
a. L'image de 1 par la fonction g est ....

b. Les antécédents de 0 par la fonction g sont

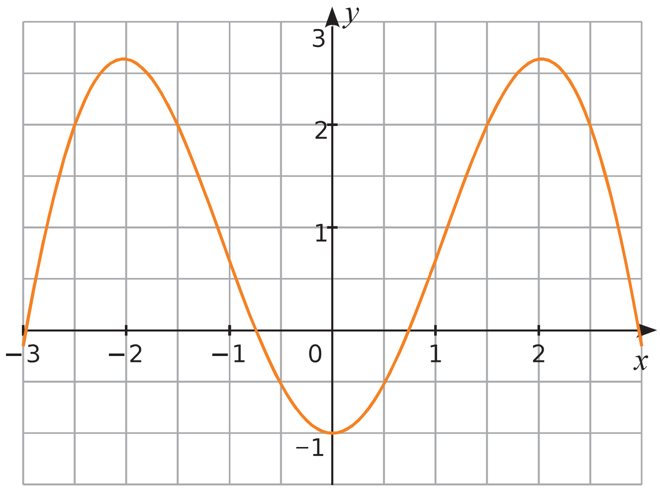
....

c. $g(2) =$ ....

d. Les nombres qui ont pour image -3 par la fonction g sont ....



6 Voici la représentation graphique d'une fonction k.



a. Complète le tableau de valeurs suivants.

x	-2		0	1	2	3
$k(x)$		-1				

b. Détermine les images de :

0,5 : .... | -1 : ....

1,5 : .... | $-2{,}5$: ....

c. Détermine tous les antécédents de :

$-0{,}5$: .... | 3 : ....

2 : .... | $-2{,}5$: ....

d. Détermine les abscisses des points dont l'ordonnée est négative.

....

....

e. Quel est le nombre d'antécédent(s) d'un nombre négatif par la fonction k ?

....

f. Détermine le (ou les) nombre(s) qui a (ont) un seul antécédent par la fonction k.

....

g. Que peut-on dire de l'image de 2 et de -2 ?

....

h. Que peut-on dire de la courbe ?

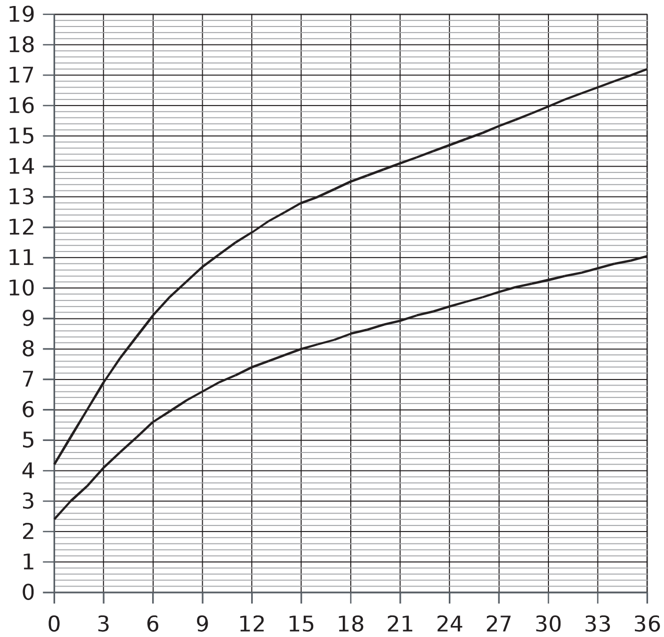
....

....

....

Déterminer une image ou un antécédent à partir d'une courbe

7 Voici un extrait du carnet de santé donné à chaque enfant (*source :* www.sante.gouv.fr).



Les deux courbes indiquent les limites basses et hautes de l'évolution du poids d'un enfant : sa courbe de poids doit *a priori* se situer entre ces deux courbes.

On considère la fonction f qui à un âge en mois associe le poids minimum en kg, et la fonction g qui à un âge en mois associe le poids maximum en kg.

a. Complète le tableau suivant par des valeurs approchées lues sur le graphique.

x	3	12		24		33
$f(x)$			8			
$g(x)$					16	

b. Interprète la colonne $x = 12$.

....

....

c. Le père d'Ahmed a noté pour son fils les renseignements suivants. p est la fonction qui associe à l'âge d'Ahmed en mois son poids en kg.

x	0	3	6	9	12	18	24	30	36
$p(x)$	3,4	6	7,4	8,4	9	9,6	10	10,8	12

Reporte les données de ce tableau sur le graphique. Commente ce que tu obtiens.

....

....

8 Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{4}{1 + x^2}$ pour x compris entre -4 et 4.

a. Détermine l'image de 2 et -2 par la fonction f. Tu donneras le résultat sous forme d'un décimal.

....

....

....

b. Quelle est l'ordonnée du point A d'abscisse 3 appartenant à la courbe de la fonction f ?

....

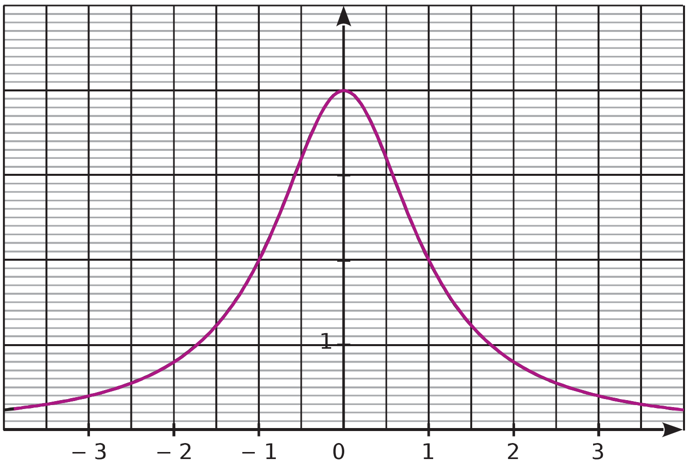
....

c. Montre qu'un antécédent de 3,2 est $\dfrac{1}{2}$.

....

....

Voici le graphique de la fonction f.



d. Détermine graphiquement :

- $f(0)$: ....
- l'image de 2 : ....
- l'image de -2 : ....

e. Détermine graphiquement les antécédents :

- de 2 : ....
- de 3,2 : ....

f. Donne un nombre qui :

- a un antécédent : ....
- a deux antécédents : ....
- n'a aucun antécédent : ....

Construire une représentation graphique

Exercice corrigé

a. Représente graphiquement la fonction linéaire f définie par $f(x) = \mathbf{-0{,}5}x$.

b. Représente graphiquement la fonction affine g définie par $g : x \longmapsto \mathbf{3}x - 2$.

Correction

a. f est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

Pour tracer cette droite, il suffit de connaître les coordonnées d'un de ses points. $f(6) = -3$.

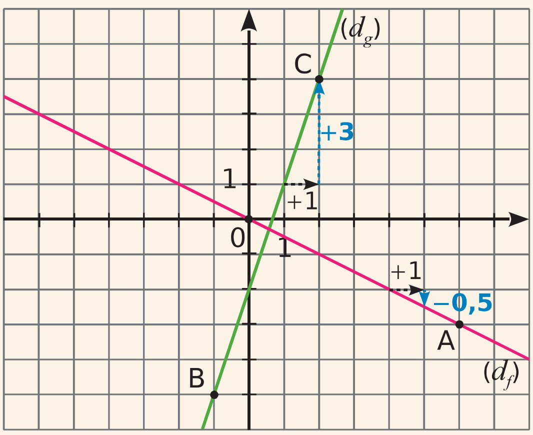
(d_f) est la droite (OA) avec A(6 ; −3).

b. g est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite.

Pour tracer cette droite, il suffit de connaître les coordonnées de deux de ses points.

$g(-1) = -5$ et $g(2) = 4$.

(d_g) est la droite (BC) avec B(−1 ; −5) et C(2 ; 4).



1 On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 2x - 1$ pour x compris entre −1 et 4.

a. Complète le tableau de valeurs de la fonction f.

x	−1	0	1	2	3	4
$f(x)$						

b. Donne les coordonnées des six points A, B, C, D, E et F appartenant au graphique de f d'abscisses respectives −1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 et 4.

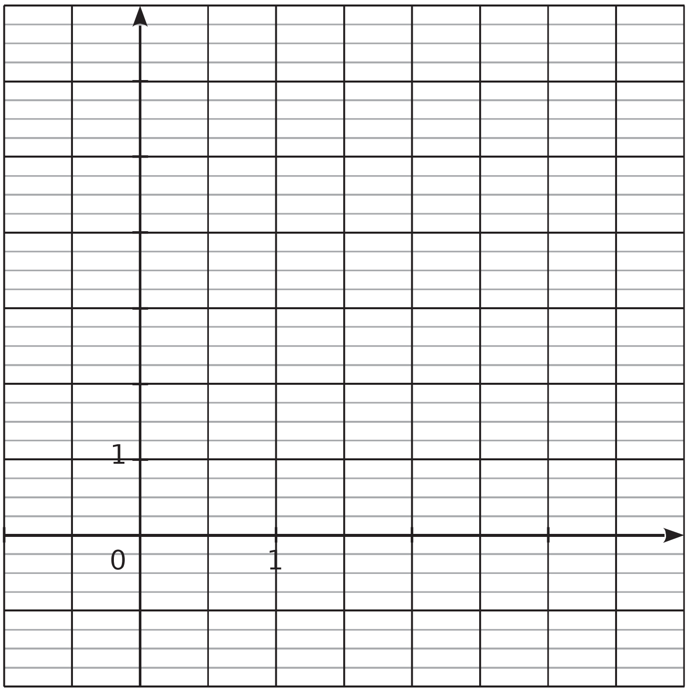
....

....

....

....

c. Place ces points dans le repère ci-dessous et trace une ébauche de courbe au crayon à papier.



d. Pour être plus précis dans le tracé, on détermine d'autres points appartenant à cette courbe. Complète le tableau de valeurs de la fonction f.

x	−0,5	0,5	1,5	2,5	3,5
$f(x)$					

e. Donne les coordonnées des cinq points G, H, I, J et K appartenant au graphique de f d'abscisses respectives −0,5 ; 0,5 ; 1,5 ; 2,5 et 3,5.

....

....

f. Place sur le graphique les points obtenus à la question **e.**, puis améliore ton tracé.

2 Soit les fonctions $f : x \longmapsto 4x$ et $g : x \longmapsto -4x$.

a. Quelle est la nature de leur représentation graphique ? Justifie.

....

....

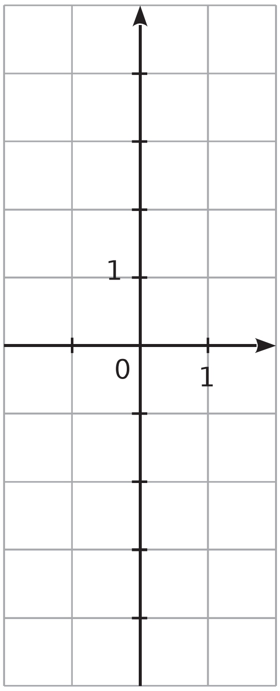
....

b. Calcule les coordonnées des points F et G d'abscisse 1 de la courbe de f puis de celle de g.

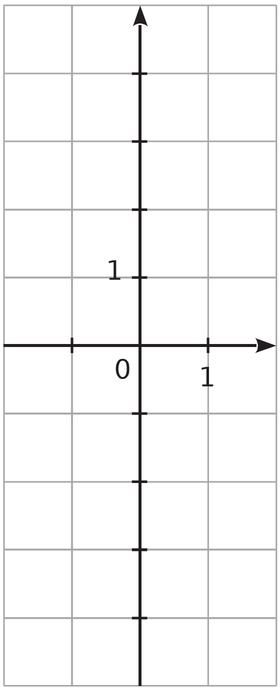
....

....

c. Trace la courbe de f.



d. Trace la courbe de g.



3 Trace la représentation graphique de chaque fonction dans le repère orthonormal donné en notant les calculs effectués.

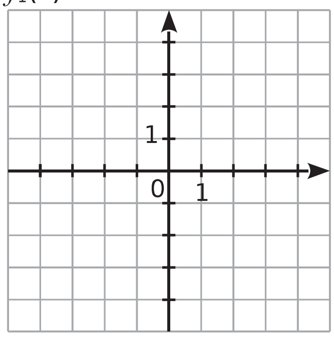
....

....

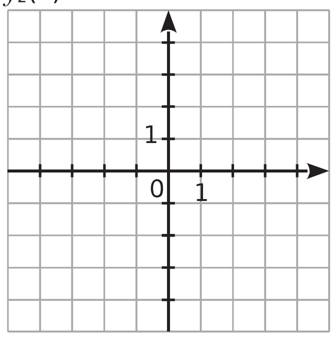
....

....

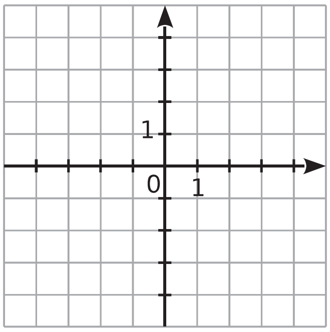
$f_1(x) = 2x$



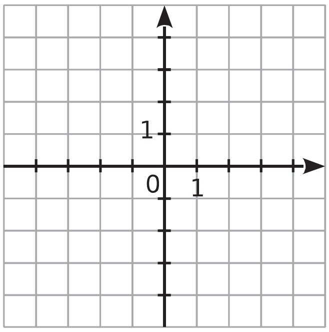
$f_2(x) = -3x$



$f_3(x) = -1{,}5x$



$f_4(x) = \frac{1}{2}x$



4 Soit la fonction $g : x \longmapsto 2x - 1$.

a. Quelle est la nature de sa représentation graphique ? Justifie.

....

....

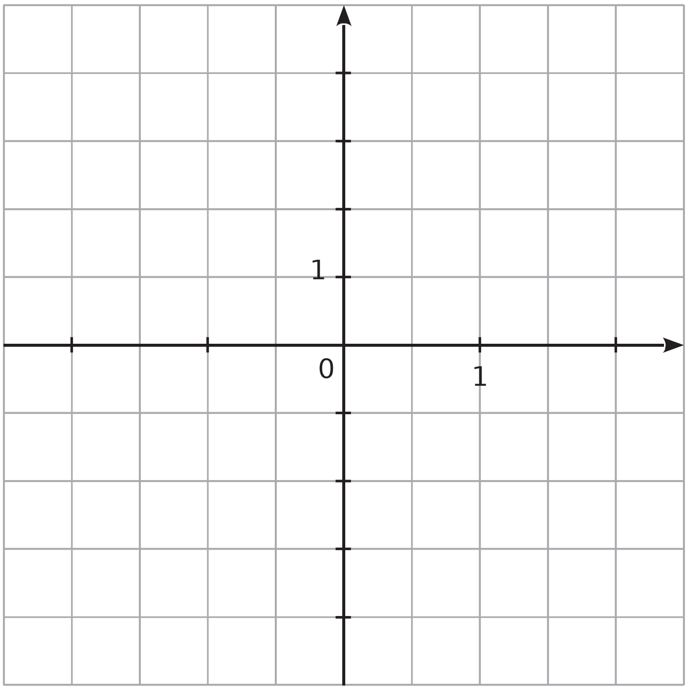
b. Complète le tableau suivant.

x	0	1
$g(x)$		

c. Déduis-en les coordonnées de deux points appartenant à cette représentation graphique.

....

d. Trace la représentation graphique de la fonction g dans le repère ci-dessous.



e. Par lecture graphique, complète le tableau de valeurs suivant.

x	−2	−1	0,5		
$g(x)$				2	3

f. Quelle est l'image de 2 par g ? ....

g. Quel nombre a pour image 2 par g ? ....

h. Quelle est l'image de 0,5 par g ? ....

i. Quel est l'antécédent de −3 par g ? ....

j. $g(-1{,}5) =$ ....

k. $g(2{,}5) =$ ....

l. $g($........$) = 1$

m. $g($...........$) = -1{,}5$

Choisir la représentation adaptée

1 Soit f et g deux fonctions affines telles que :
$f(0) = -2$ et $f(5) = 6{,}5$ | $g(0) = 0{,}8$ et $g(5) = 6{,}8$

a. Justifie que ces fonctions ne sont pas linéaires.

....

....

b. Quelle est la nature de leurs représentations graphiques ?

....

....

c. Écris $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme $ax + b$ où a et b sont des nombres à préciser à chaque fois.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

d. Détermine par le calcul la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$.

....

....

....

....

....

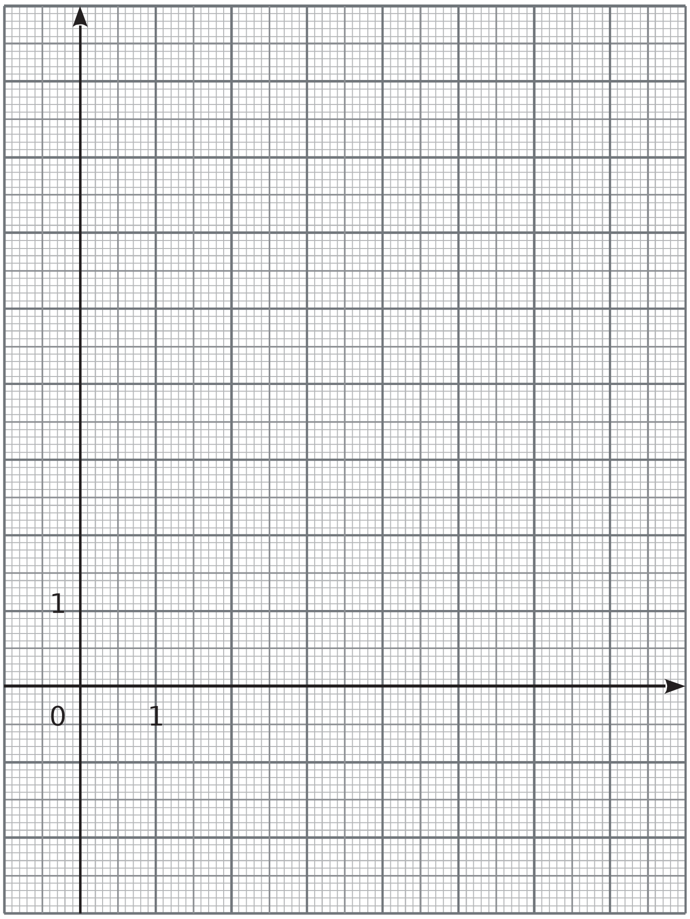
....

....

e. Complète le tableau de valeurs suivant.

x	0	2	4	6	8	10
$f(x)$						
$g(x)$						

f. Construis les courbes représentatives (d_f) et (d_g) des fonctions f et g dans le repère ci-dessous.



g. Retrouve la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$ sur le graphique où tu feras apparaître les pointillés nécessaires.

....

h. Détermine les coordonnées exactes du point K, intersection de (d_f) et (d_g).

....

....

....

....

i. Résous graphiquement $f(x) < g(x)$.

....

....

....

....

....

Série 7 Choisir la représentation adaptée

2 L'école décide d'acheter un logiciel pour gérer sa bibliothèque. Il y a trois tarifs :

- Tarif A : 19 euros quel que soit le nombre d'élèves ;
- Tarif B : 10 centimes par élève ;
- Tarif C : 8 euros + 5 centimes par élève.

a. Complète le tableau suivant.

Nombre d'élèves	100	200	300
Tarif A	19 €		
Tarif B			30 €
Tarif C		18 €	

b. Si x représente le nombre d'élèves, entoure la fonction qui correspond au tarif C.

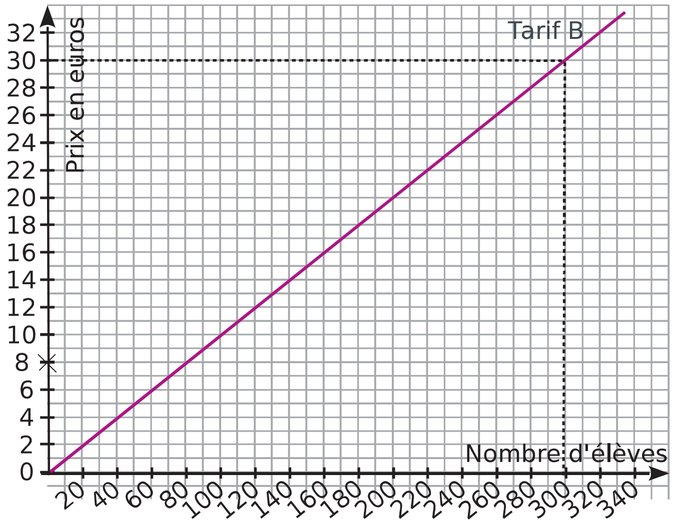
$x \longmapsto 8 + 5x$ $\qquad$ $x \longmapsto 8 + 0{,}05x$ $\qquad$ $x \longmapsto 0{,}05 + 8x$

c. Quelle est la nature de cette fonction ?

....

....

d. Sur le graphique ci-dessous, on a représenté le tarif B. Sur ce même graphique, représente les tarifs A et C.



e. Par lecture graphique, à partir de combien d'élèves le tarif A est-il plus intéressant que le tarif C ? (On fera apparaître sur le graphique les tracés nécessaires à la lecture.)

....

....

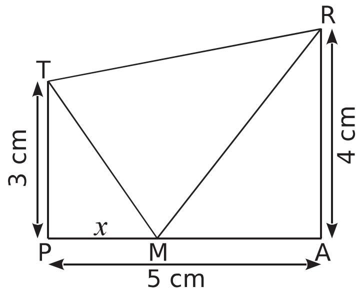
f. Dans l'école, il y a 209 élèves. Quel est le tarif le plus intéressant pour l'école ?

....

3 TRAP est un trapèze rectangle en A et en P tel que :

TP = 3 cm ; PA = 5 cm et AR = 4 cm.

M est un point variable du segment [PA], et on note x la longueur du segment [PM] en cm.



a. Donne les valeurs entre lesquelles x peut varier.

....

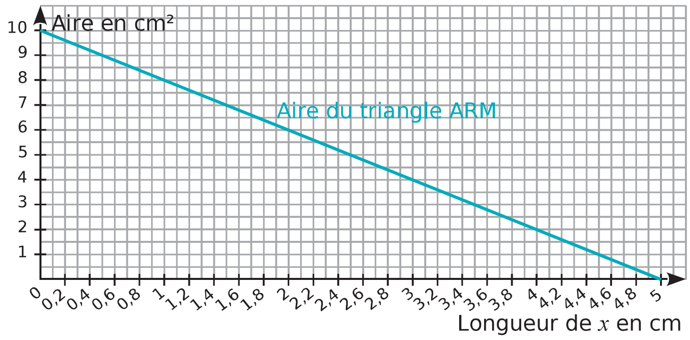
b. Montre que l'aire du triangle PTM est $1{,}5x$ et que l'aire du triangle ARM est $10 - 2x$.

....

....

....

La droite ci-dessous est la représentation graphique de la fonction qui à x associe l'aire du triangle ARM.



Réponds aux questions **c.**, **d.** et **f.** en utilisant ce graphique. Laisse apparents les traits nécessaires.

c. Pour quelle valeur de x l'aire du triangle ARM est-elle égale à 6 cm^2 ?

....

d. Lorsque x est égal à 4 cm, quelle est l'aire du triangle ARM ?

....

e. Sur ce graphique, trace la droite représentant la fonction : $x \longmapsto 1{,}5x$.

f. Estime, à un millimètre près, la valeur de x pour laquelle les triangles PTM et ARM ont la même aire.

....

g. Montre par le calcul que la valeur exacte de x, pour laquelle les deux aires sont égales, est $\dfrac{100}{35}$.

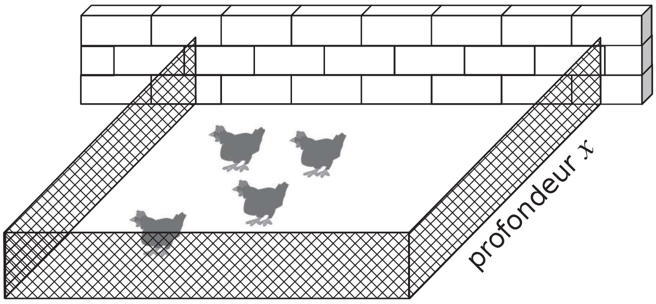
....

....

....

Choisir la représentation adaptée

4 Un agriculteur souhaite réaliser un enclos rectangulaire contre un mur pour ses poules. Il dispose de 21 m de grillage et doit tout utiliser.



L'objectif de cet exercice est de déterminer les dimensions de l'enclos afin que son aire soit maximale. On note l et x respectivement la largeur et la profondeur de l'enclos, en mètres.

a. Quelle est l'aire de l'enclos si $x = 3$ m ?

....

....

b. Quelles sont les valeurs possibles de x ?

....

....

c. On note $\mathcal{A}$ la fonction qui à x associe l'aire de l'enclos correspondant. Détermine $\mathcal{A}$.

....

....

d. Avec l'aide de ta calculatrice ou d'un tableur, complète le tableau de valeurs de la fonction $\mathcal{A}$.

x	0	1	2	3	4	5
$\mathcal{A}(x)$						

x	6	7	8	9	10	10,5
$\mathcal{A}(x)$						

e. À l'aide du tableau, décris l'évolution de $\mathcal{A}(x)$ en fonction de x et donne un encadrement du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ semble maximale.

....

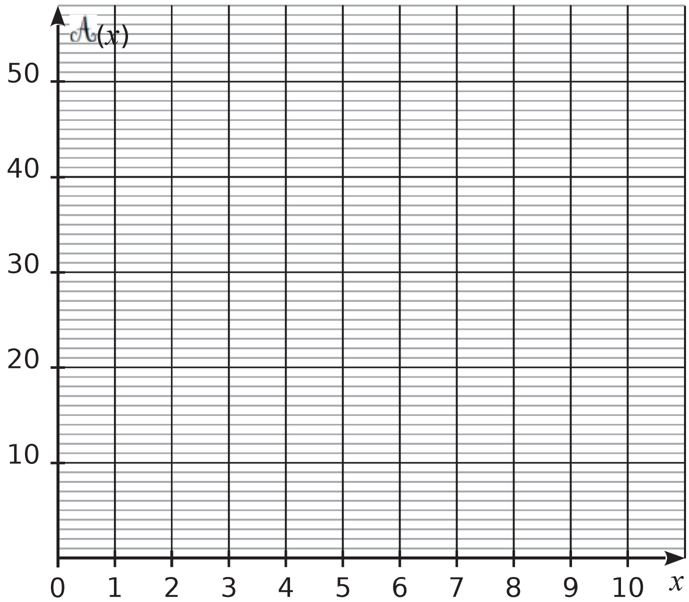
....

....

....

....

f. Construis la courbe représentative de $\mathcal{A}$.



g. Complète ce nouveau tableau de valeurs puis donne un encadrement au dixième du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ semble maximale.

x	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3	5,4
$\mathcal{A}(x)$							

....

....

h. Calcule $\mathcal{A}(5{,}25) - \mathcal{A}(x)$ puis montre que cette expression est égale à $2(x - 5{,}25)^2$.

....

....

....

....

....

....

i. Détermine le signe de cette expression et déduis-en la valeur du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ est maximale.

....

....

....

j. Déduis-en les dimensions de l'enclos d'aire maximale.

....

....

Choisir la représentation adaptée

5 La vitesse d'un train en km/h, t minutes après le départ, vaut $3t^2$ pour $0 \leqslant t \leqslant 10$.

On appelle v la fonction qui, au temps écoulé depuis le départ exprimé en minutes, associe la vitesse du train en km/h.

a. Calcule $v(5)$.
Donne une interprétation du résultat.

....

....

....

b. Quel est l'antécédent de 168,75 par v ?
Donne une interprétation du résultat.

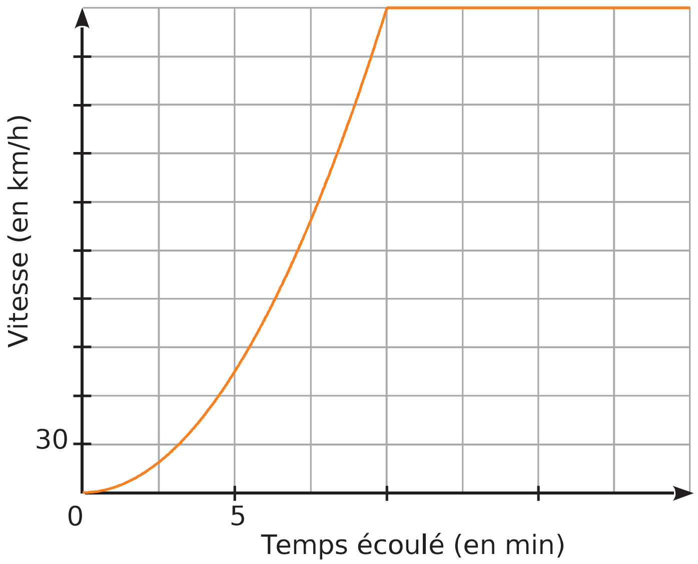
....

....

....

....

Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la vitesse, en km/h, du train en fonction du temps écoulé, en minutes, depuis son départ.



c. Combien de temps, environ, met le train pour atteindre 120 km/h ?

....

d. Quelle est la vitesse maximale du train ?
Au bout de combien de temps est-elle atteinte ?

....

....

e. Précise une expression de la fonction v pour $0 \leqslant x \leqslant 20$.

....

....

6 Une entreprise fabrique chaque jour un produit. On appelle x la masse journalière produite en kg. x peut varier entre 0 et 45. Le coût de production de ces x kg de produit exprimé en euros est donné par la formule : $C(x) = x^2 - 20x + 200$. Le prix de vente de ce produit est de 34 € le kg. On suppose que tous les objets fabriqués sont vendus.

a. Quel est le coût de production pour 10 kg de produit ?

....

....

b. Quelle la recette liée à la vente de ces 10 kg ?

....

c. Quel est le bénéfice réalisé ?

....

d. Détermine la recette $R(x)$ réalisée lorsque l'entreprise fabrique et vend x kg de produit.

....

....

....

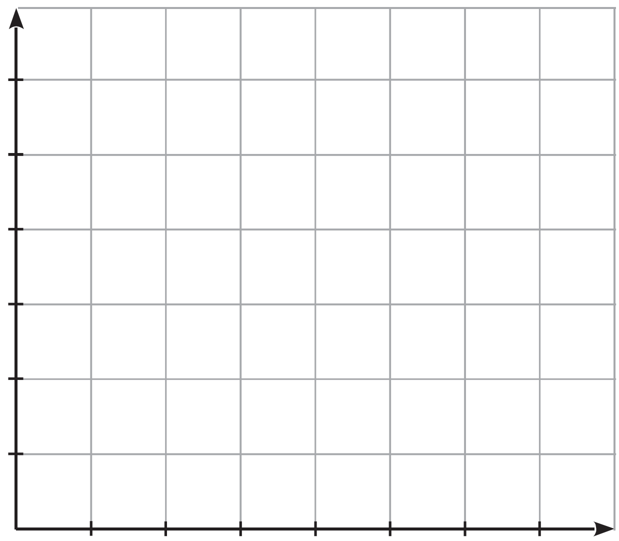
....

e. Détermine le bénéfice $B(x)$ correspondant.

....

....

f. Trace dans un repère la représentation graphique de la fonction B.



g. Pour quelle valeur de x le bénéfice est-il maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?

....

....