

# Triangle et proportionnalité

D4

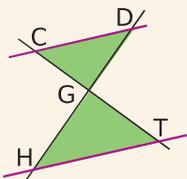


<b>Série 1 • Calculer une longueur – Théorème de Thalès</b> .....	104
<b>Série 2 • Justifier que deux droites ne sont pas parallèles</b> .....	107
<b>Série 3 • Justifier que deux droites sont parallèles</b> .....	108
<b>Série 4 • Triangles semblables</b> .....	111
<b>Série 5 • Utiliser une réduction ou un agrandissement</b> .....	113
<b>Série 6 • Homothéties</b> .....	116

Exercice corrigé

Sur la figure ci-dessous, les droites (CD) et (HT) sont parallèles.

On donne  $DG = 25 \text{ mm}$  ;  
 $GH = 45 \text{ mm}$  ;  $CG = 20 \text{ mm}$   
 et  $HT = 27 \text{ mm}$ . Calcule GT.



Correction

Les droites (DH) et (CT) sont sécantes en G.  
 Les droites (CD) et (HT) sont parallèles.  
 D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{GC}{TG} = \frac{GD}{GH} = \frac{CD}{HT}, \text{ soit } \frac{20}{GT} = \frac{25}{45} = \frac{CD}{27}.$$

Calcul de GT :  $25 \times GT = 45 \times 20$ .

$$GT = \frac{45 \times 20}{25} \text{ donc } GT = 36 \text{ mm}.$$

1 Longueurs proportionnelles

Dans chacun des cas suivants, nomme les triangles qui ont leurs longueurs proportionnelles et écris les proportions égales.

Les droites en couleur sont parallèles.

Figure 1.

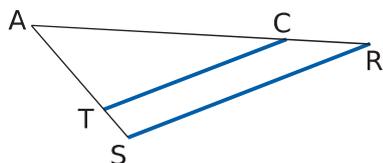
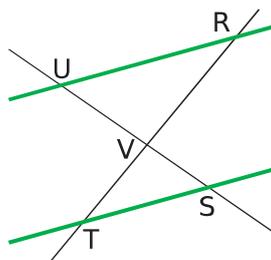
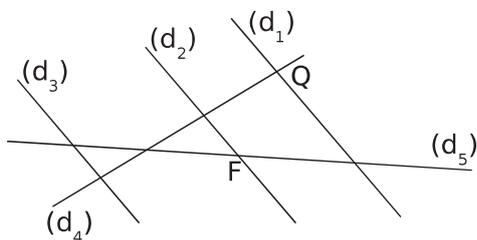


Figure 2.

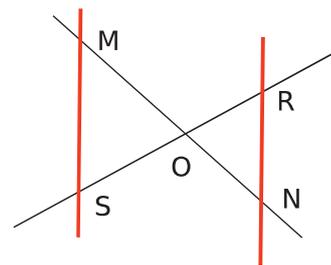


2 Place les points manquants sur la figure sachant que les droites (d<sub>1</sub>), (d<sub>2</sub>) et (d<sub>3</sub>) sont parallèles et qu'on a les égalités suivantes :

$$\frac{RF}{RC} = \frac{RT}{RQ} = \frac{FT}{CQ} \text{ et } \frac{RC}{RM} = \frac{RQ}{RH} = \frac{CQ}{MH}.$$



3 Dans la figure ci-dessous la droite (MS) est parallèle à la droite (RN).



1	OS	OM	MS
	RS	ON	RN

2	NO	RO	RN
	OM	OS	MS

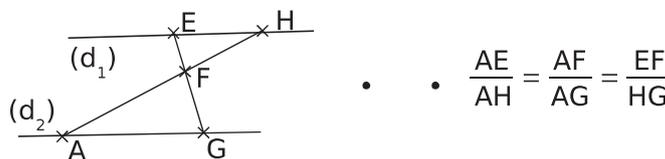
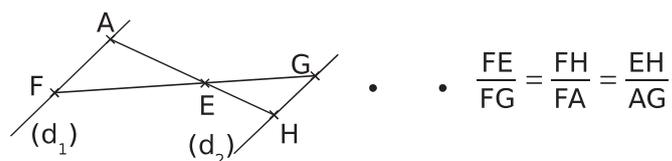
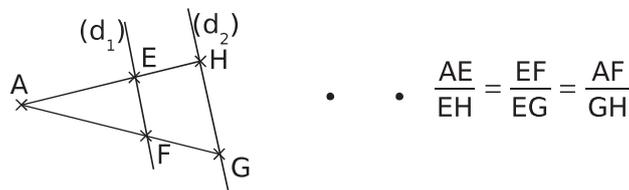
3	OS	ON	MS
	OR	OM	RN

a. Lequel des tableaux de proportionnalité proposés peut être associé à la figure ci-dessus ?

b. Explique pourquoi les deux autres ne peuvent pas l'être.

4 Associer les proportions aux figures

Dans chaque figure, les droites (d<sub>1</sub>) et (d<sub>2</sub>) sont parallèles. Relie les figures avec les égalités correspondantes.

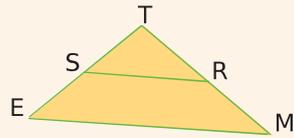






Exercice corrigé

Sur la figure ci-contre,  
 TR = 11 cm ; TS = 8 cm ;  
 TM = 15 cm et  
 TE = 10 cm.



Les droites (RS) et (ME) sont-elles parallèles ?

Correction

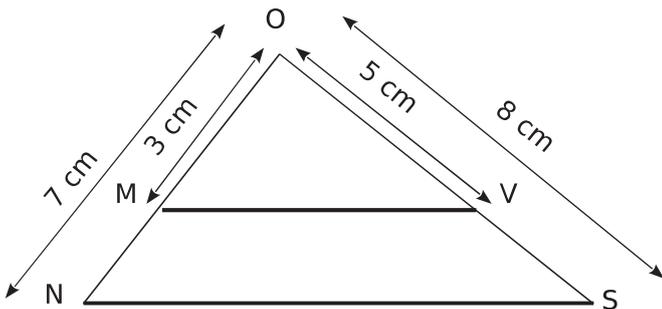
Les points T, S, E sont alignés ainsi que les points T, R et M dans cet ordre.

$$\frac{TR}{TM} = \frac{11}{15} = \frac{22}{30} \text{ et } \frac{TS}{TE} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}$$

On constate que  $\frac{TR}{TM} \neq \frac{TS}{TE}$ .

Cela contredit le théorème de Thalès, donc (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.

1 On sait que les points O, M, N sont alignés ainsi que les points O, V, S dans cet ordre.

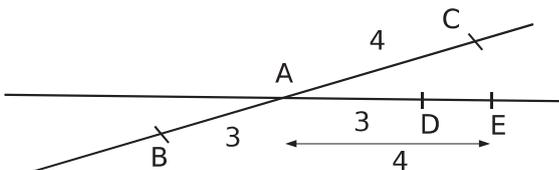


a. Calcule et compare les proportions.

$$\frac{OM}{ON} = \frac{3}{7} \quad \left| \quad \frac{OV}{OS} = \frac{5}{8}$$

b. Que peux-tu dire des droites (MV) et (NS) ?

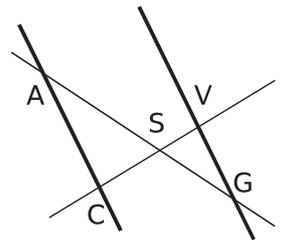
2 Sur le schéma suivant,  $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$  et  $\frac{AD}{AE} = \frac{3}{4}$  pourtant les droites (BE) et (CD) ne sont pas parallèles. Explique pourquoi.



3 Sur le schéma ci-dessous, les points C, S, V d'une part et les points A, S, G d'autre part sont alignés.

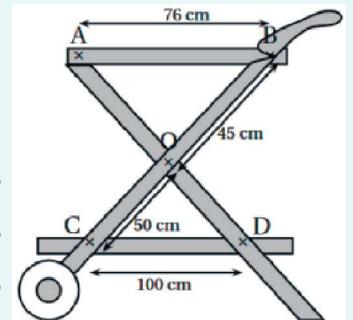
En t'aidant de l'exercice 1, montre que les droites (GV) et (CA) ne sont pas parallèles.

On a SV = 0,6 cm ;  
 SG = 0,9 cm ; SA = 2,1 cm  
 et SC = 1 cm.



4 Vu au brevet

Les plateaux (AB) et (CD) de cette desserte sont-ils parallèles ?





b. Montre que les droites (MP) et (RT) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6 Soit  $VOU$  un triangle tel que  $OV = 2,5$  cm ;  $OU = 3,5$  cm et  $VU = 5$  cm. Sur  $[VO]$ , le point  $T$  est tel que  $VT = 3,5$  cm et sur  $[UO]$  le point  $E$  est tel que  $UE = 4,9$  cm.

a. Construis la figure.

b. Montre que les droites (UV) et (ET) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

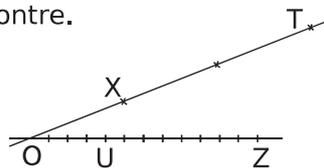
.....

.....

.....

7 On donne la figure ci-contre. Les graduations sont régulières.

Montre que (XU) et (ZT) sont parallèles.



.....

.....

.....

.....

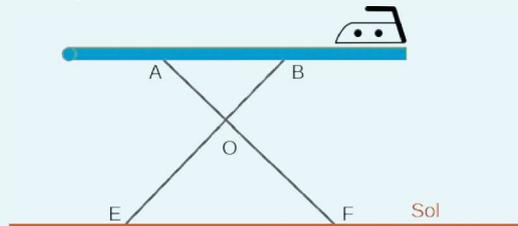
.....

.....

.....

8 Vu au brevet

On donne  $AF = 110$  cm,  $OA = 60$  cm,  $OB = 72$  cm,  $OE = 60$  cm.



La planche est-elle parallèle au sol ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9 Deux théorèmes utiles

a. Trace un triangle  $EFG$  rectangle en  $G$  tel que  $EG = 4,8$  cm et  $FG = 6,4$  cm. Place un point  $M$  sur le segment  $[EG]$  tel que  $EM = 3$  cm et un point  $P$  sur le segment  $[EF]$  tel que  $EP = 5$  cm.

b. Démontre que les droites (FG) et (MP) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

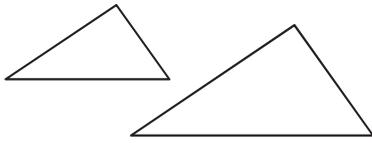
.....



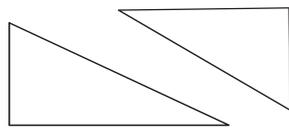
# Série 4 Triangles semblables

**1** Entoure le numéro lorsque les deux triangles te semblent semblables.

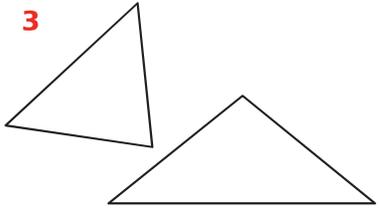
1



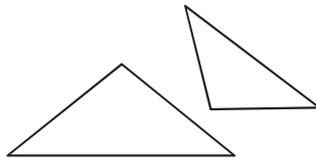
2



3

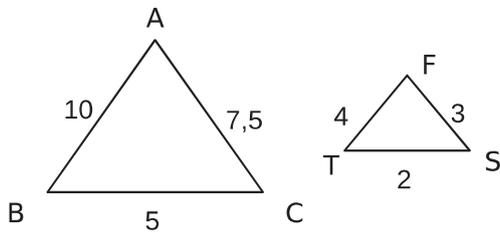


4

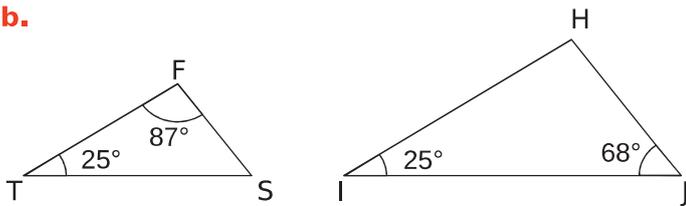


**2** Dans chaque cas, justifie que les deux triangles sont semblables.

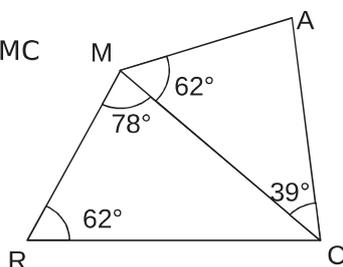
a.



b.



**3** Les triangles MAC et RMC sont-ils semblables ?

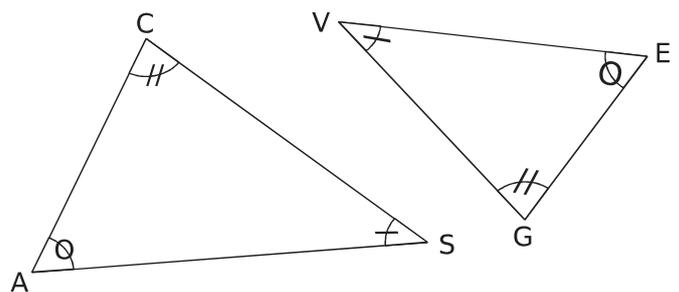


**4** Le triangle ABC est un triangle tel que :  $AB = 5$  cm ;  $AC = 6$  cm et  $BC = 7$  cm. M est le pied de la hauteur issue de B et N le pied de la hauteur issue de C.

a. Construis la figure.

b. Démontre que les triangles AMB et ANC sont semblables.

**5** Les triangles ci-dessous sont semblables.



Complète l'égalité :  $\frac{CS}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{AC}{\dots}$



Exercice corrigé

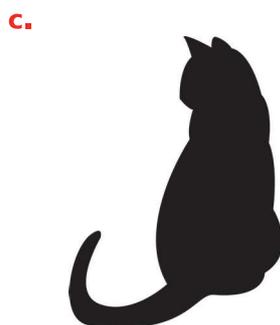
Des ingénieurs ont construit une maquette au 1/5 000 d'un bassin de retenue. La maquette mesure 1,60 m de long et contient 5 L d'eau. La surface du lac artificiel est 80 dm<sup>2</sup>. Quelle sera, en km, la longueur du futur lac artificiel ? Quelle sera, en km<sup>2</sup>, sa surface ? Quel sera, en m<sup>3</sup>, le volume d'eau contenu dans le lac ?

Correction

Pour obtenir les longueurs réelles à partir des longueurs de la maquette au 1/5 000, on multiplie par le coefficient d'agrandissement  $k = 5\ 000$ .

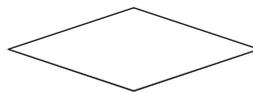
- $L_{réelle} = k \times L_{maquette}$   
 $L = 5\ 000 \times 1,6 = 8\ 000\ m$   
**Le lac mesure 8 km.**
- $A_{réelle} = k^2 \times A_{maquette}$   
 $A = (5\ 000)^2 \times 80\ dm^2 = 2\ 000\ 000\ 000\ dm^2$   
**La surface du lac est 20 km<sup>2</sup>.**
- $V_{réel} = k^3 \times V_{maquette}$   
 $V = (5\ 000)^3 \times 5\ L = 625\ 000\ 000\ 000\ L$   
 Or, 1 m<sup>3</sup> correspond à 1 000 L  
 $V = 625\ 000\ 000\ m^3$   
**Le lac contient 625 000 000 m<sup>3</sup> d'eau.**

1 Indique sous chaque nouvelle silhouette si elle correspond à une réduction, à un agrandissement ou à une déformation de la silhouette de chat ci-contre.

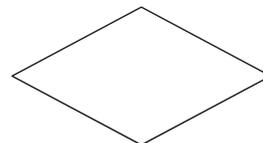


2 Dans chaque cas, la figure 2 est-elle un agrandissement ou une réduction de la figure 1 ? Justifie ta réponse.

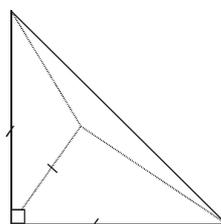
a. Losange 1



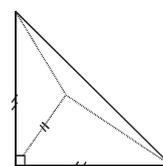
Losange 2



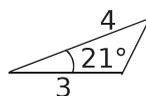
b. Pyramide 1



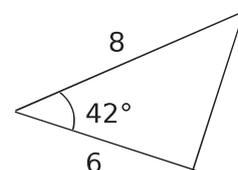
Pyramide 2



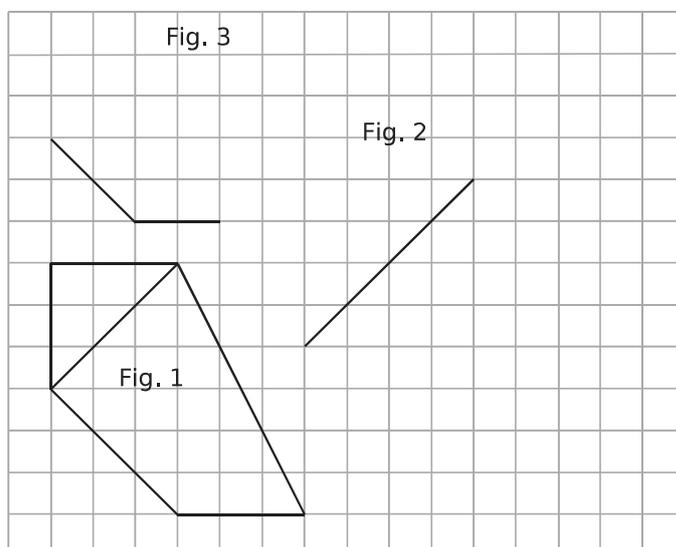
c. Parallélogramme 1



Parallélogramme 2



3 Les figures 2 et 3 sont un agrandissement et une réduction de la figure 1. Termine-les.



**4** Soit un triangle ABC tel que  $\widehat{ABC} = 70^\circ$  ;  $\widehat{BAC} = 53^\circ$  et  $AB = 14$  m. Construis ci-dessous une réduction de rapport  $\frac{1}{200}$  de ce triangle.

**5** L'aire de la base d'un cylindre est de  $51 \text{ cm}^2$ . Quelle est l'aire de la base du cylindre obtenu après une réduction de rapport  $0,6$  ? Quel est son rayon, au dixième près ?

**6** Une figure a une aire de  $124 \text{ cm}^2$ . Après une réduction, on obtient une nouvelle figure dont l'aire est  $89,59 \text{ cm}^2$ . Détermine le rapport de réduction.

**7** Un triangle  $A'B'C'$  rectangle en  $A'$  et d'aire  $27 \text{ cm}^2$  est un agrandissement d'un triangle ABC, rectangle en A tel que  $AB = 3 \text{ cm}$  et  $AC = 2 \text{ cm}$ . Calcule les longueurs  $A'B'$  et  $A'C'$ .

**8** La pyramide du Louvre est une pyramide régulière à base carrée de  $35 \text{ m}$  de côté et de  $22 \text{ m}$  de hauteur.

**a.** Fais un schéma.

**b.** Calcule le volume  $V$  de cette pyramide. Donne la valeur exacte en  $\text{m}^3$  puis la valeur arrondie à l'unité.

**c.** Sur une maquette, on construit une réduction de cette pyramide, le côté de la base carrée mesure  $7 \text{ cm}$ . Calcule le coefficient de réduction.

**d.** Déduis-en le volume  $V'$  de la pyramide sur la maquette. Donne la valeur exacte en  $\text{cm}^3$  puis la valeur arrondie à l'unité.

**9** On coupe une pyramide à mi-hauteur par un plan parallèle à la base.

**a.** Exprime le volume  $V'$  de la petite pyramide en fonction du volume  $V$  de la pyramide de départ.

**b.** Montre que le volume  $V''$  du tronc de pyramide obtenu est égal aux  $\frac{7}{8}$  du volume  $V$  de la pyramide de départ.

**10** Une petite sphère a pour rayon  $r$ . Une grande sphère a pour rayon  $R = 3r$ . Soient  $v$  le volume de la petite sphère et  $V$  le volume de la grande sphère. Exprime  $V$  en fonction de  $v$ .

.....

.....

.....

**11** Un ballon de basket est assimilable à une boule de rayon 12 cm.

**a.** Calcule le volume  $V$  de ce ballon. Donne la valeur exacte puis le résultat arrondi au  $\text{cm}^3$ .

.....

.....

**b.** Une balle est une réduction de ce ballon à l'échelle  $\frac{2}{3}$ . Calcule le volume  $V'$  de cette balle. Donne la valeur exacte puis le résultat arrondi au  $\text{cm}^3$ .

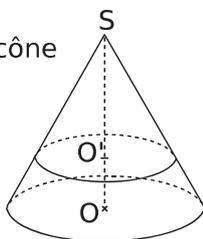
.....

.....

.....

**12** Sur la figure ci-contre, on a un cône de révolution tel que  $SO = 10$  cm. Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que  $SO' = 7$  cm.

La figure n'est pas à l'échelle.



**a.** Le rayon du disque de base du grand cône est de 3,2 cm. Calcule la valeur exacte du volume du grand cône.

.....

.....

.....

**b.** Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer du grand cône au petit cône ?

.....

.....

**c.** Calcule la valeur exacte du volume de ce petit cône, puis donne la valeur arrondie au  $\text{cm}^3$ .

.....

.....

**13 Extrait du brevet**

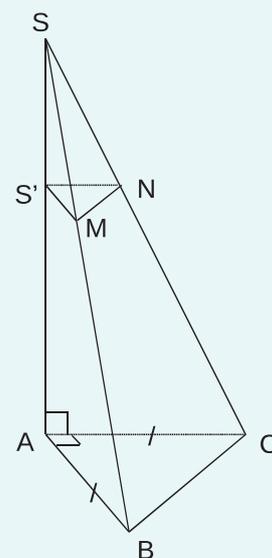
Une bouteille de parfum à la forme d'une pyramide  $SABC$  à base triangulaire de hauteur  $[AS]$  telle que  $AB = 7,5$  cm et  $AS = 15$  cm.

**a.** Calcule le volume de la pyramide  $SABC$ . Donne la valeur exacte puis un arrondi au  $\text{cm}^3$ .

.....

.....

.....



**b.** Pour fabriquer son bouchon  $SS'MN$ , les concepteurs ont coupé cette pyramide par un plan  $P$  parallèle à sa base et passant par le point  $S'$  tel que  $SS' = 6$  cm. Calcule le volume maximal de parfum que peut contenir cette bouteille.

.....

.....

.....

**14 Extrait du brevet**

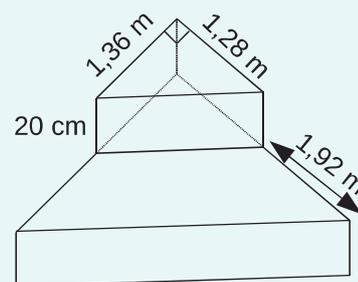
Un escalier est composé de deux marches ayant la forme d'un prisme droit. La deuxième marche est un agrandissement de la première.

Calcule le volume total de cet escalier. Arrondis le résultat au centième.

.....

.....

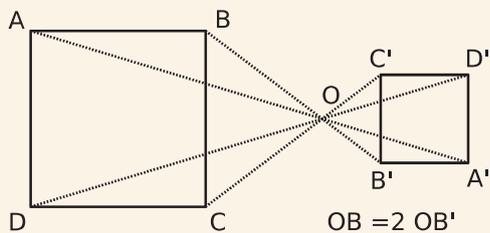
.....



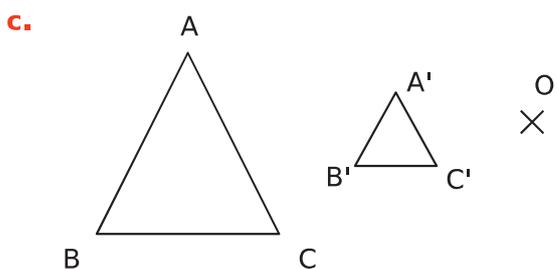
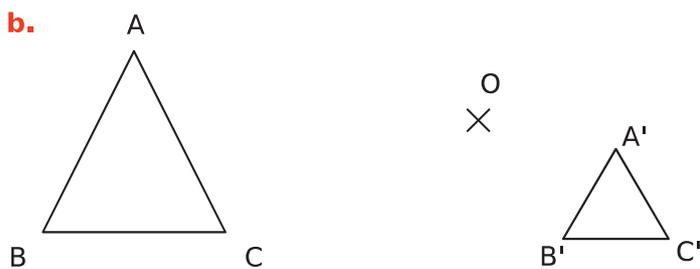
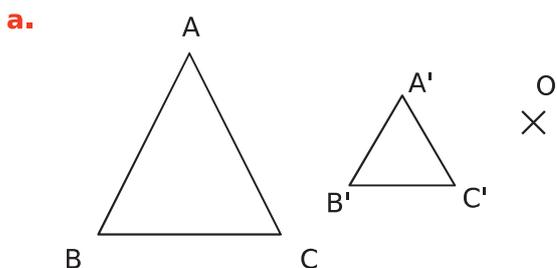
## Exercice corrigé

Trace un carré ABCD et place un point O à l'extérieur. Construis A'B'C'D', image du quadrilatère ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport  $-0,5$ .

### Correction



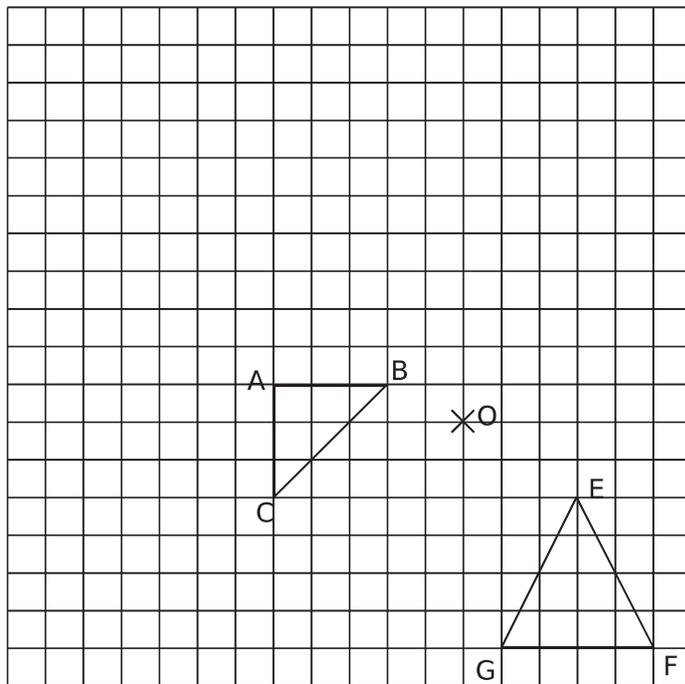
**1** Dans chacun des cas suivants, dis si A'B'C' est l'image du triangle ABC par une homothétie de centre O.



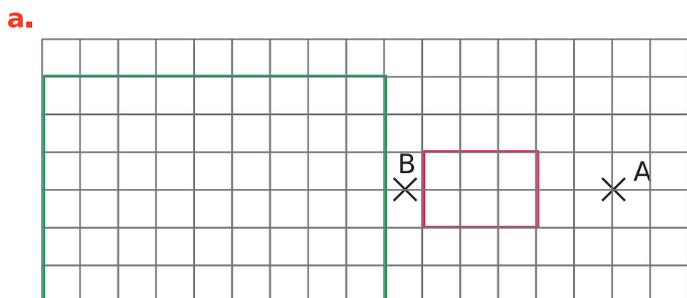
## 2 Dans un quadrillage

**a.** Construis A'B'C', l'image par l'homothétie de centre O et de rapport 2 du triangle ABC

**b.** Construis E'F'G', l'image par l'homothétie de centre O et de rapport  $-1,5$  du triangle EFG.

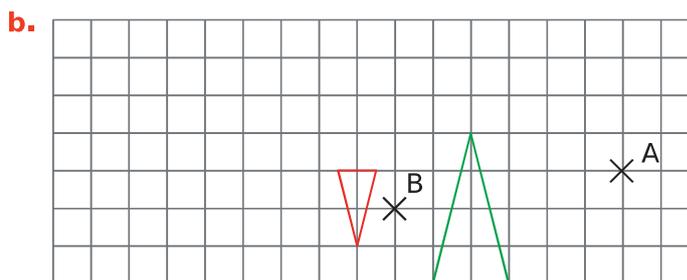


**3** Dans chacun des cas suivants, la figure verte est l'image de la figure rouge par une homothétie. Détermine son centre et son rapport.



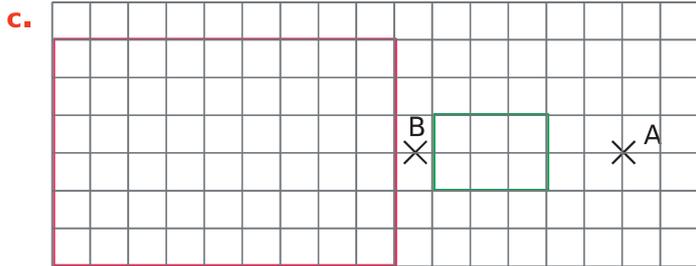
Centre : .....

Rapport : .....



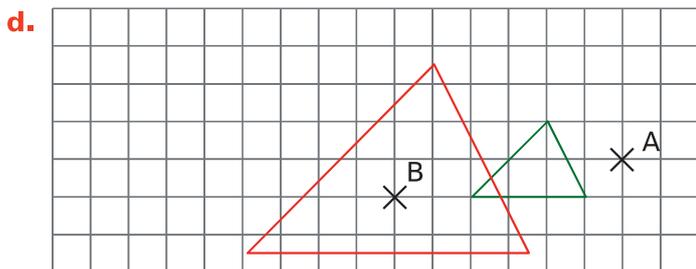
Centre : .....

Rapport : .....



Centre : .....

Rapport : .....

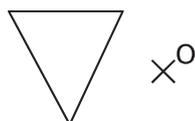


Centre : .....

Rapport : .....

**4** Dans chaque cas, construis l'image de la figure proposée par l'homothétie de centre O et de rapport indiqué.

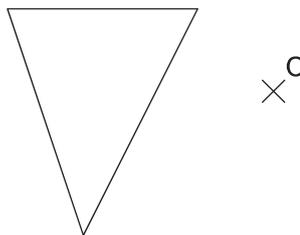
**a.** Rapport 2



**b.** Rapport -2

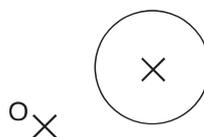


**c.** Rapport  $-\frac{1}{3}$

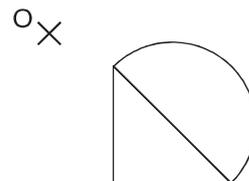


**5** Dans chaque cas, construis l'image de la figure dans l'homothétie de centre O et de rapport :

**a.** 1,2.



**b.** -1,5.



**6** L'homothétie de centre I et de rapport -2 transforme un segment [AB] en un segment [A'B'].

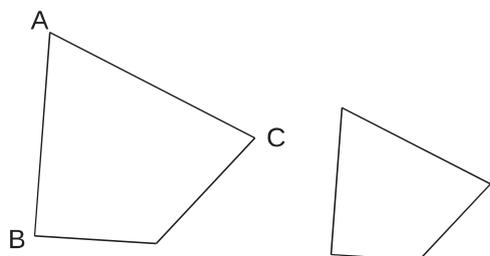
**a.** Construis cette figure.

**b.** Que peut-on dire des droites (AB) et (A'B') ? Justifie.

.....  
 .....

**7** Les deux quadrilatères ci-dessous sont homothétiques.

- a. Code sur la figure les angles de même mesure.
- b. Si  $AB = AC$ , code sur la figure deux autres longueurs égales.
- c. Repasse en rouge deux segments parallèles.



**8** Un triangle  $A'B'C'$  est l'image d'un triangle  $ABC$  dans une homothétie de rapport  $\frac{5}{4}$ . On sait que  $AB = 6$  cm et que l'angle  $\widehat{ABC}$  mesure  $60^\circ$ . Détermine les mesures de leurs images  $A'B'$  et  $A'B'C'$ . Justifie.

.....

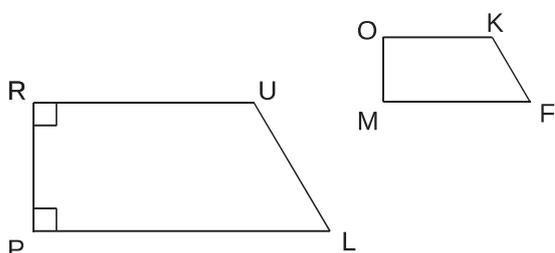
.....

.....

.....

**9** RULP est un trapèze rectangle. OKFM est son image par une homothétie de rapport 0,5.

- a. Construis le centre I de cette homothétie.



b. Quelle est la nature du quadrilatère OKFM ? Justifie.

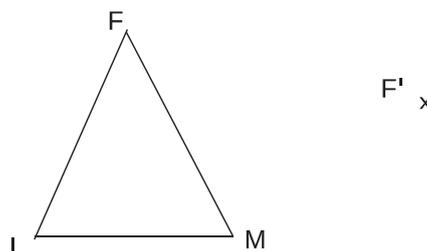
.....

.....

.....

.....

**10** Termine la construction de l'image du triangle FMI par une homothétie de rapport 0,5.



**11** Le carré EFGH est l'image du carré ABCD dans une homothétie de rapport 5. On suppose que le côté du carré ABCD mesure 3 cm.

- a. Calcule la mesure du côté de EFGH et déduis-en son aire.

.....

.....

b. Complète :  $\frac{\text{Aire EFGH}}{\text{Aire ABCD}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots = (\dots\dots)^2$

**12** L'aire d'un pentagone est 24 cm<sup>2</sup>. Quelle sera l'aire de son image par une homothétie de rapport :

- a. 0,8 ?
- b. -4 ?
- c.  $\frac{1}{7}$  ?

.....

.....

.....

**13** Complète le tableau.

Aire de la figure	Rapport d'homothétie	Aire de l'image
3 cm <sup>2</sup>	3	
15 m <sup>2</sup>	0,4	
	5	225 mm <sup>2</sup>
	0,6	1,24 cm <sup>2</sup>
2,5 cm <sup>2</sup>		10 cm <sup>2</sup>
2 dm <sup>2</sup>		2,88 dm <sup>2</sup>
9,3 dm <sup>2</sup>		9,3 m <sup>2</sup>