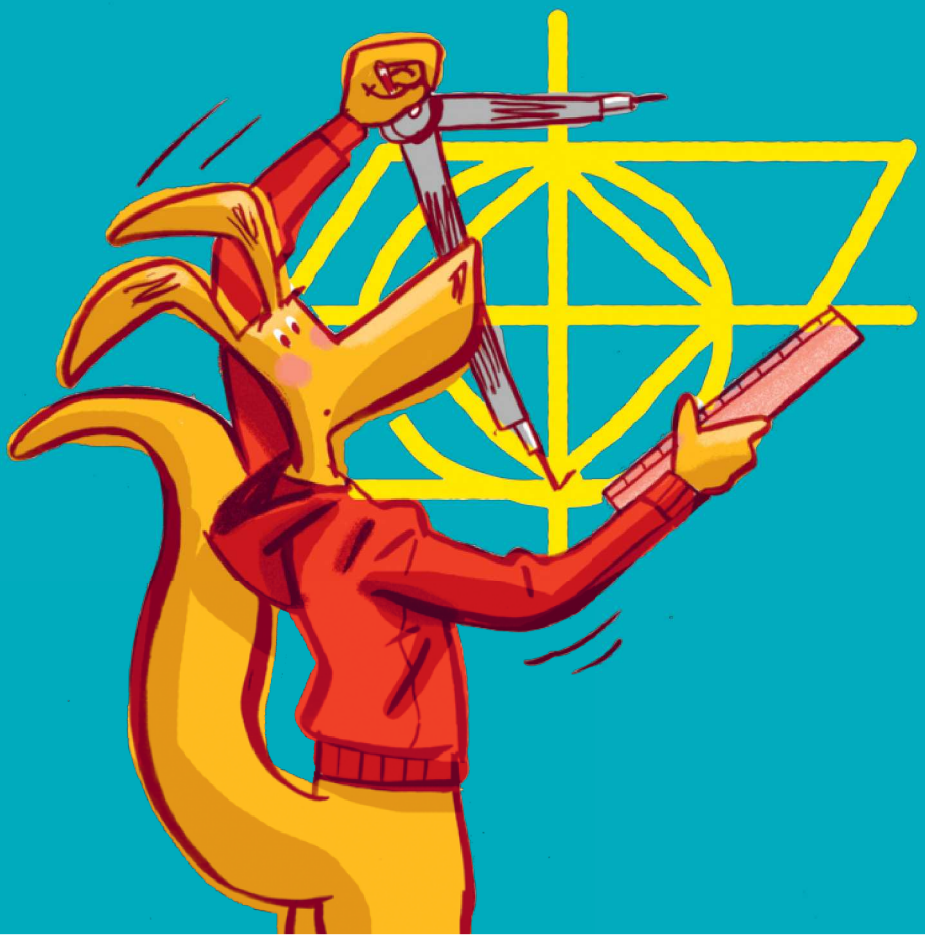
Transformations et parallélogramme

D2



Série 1 • Utiliser et effectuer une translation 84

Série 2 • Synthèse 87

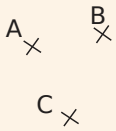
Série 3 • Démontrer 90

Série 4 • Utiliser des triangles égaux 92

Série 1 Utiliser et effectuer une translation

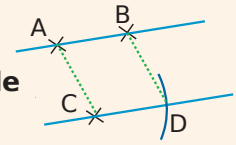
Exercice corrigé

Construis le point D, image du point C par la translation qui transforme A en B.



Correction

D est l'image de C par la translation qui transforme A en B signifie que **le point D se situe sur une droite parallèle à (AB)** et que **la longueur CD est égale à la longueur AB**.



1 Touché coulé !

	A	B	C
1			
2			
3			
4			
5			

a. Peut-on trouver deux bateaux qui se correspondent :

• par une symétrie axiale ? .....

.....

• par une symétrie centrale ? .....

.....

b. On considère la translation qui amène le bateau A4 sur le bateau B3. Quel bateau correspond à :

• A5 ? ..... • B4 ? .....

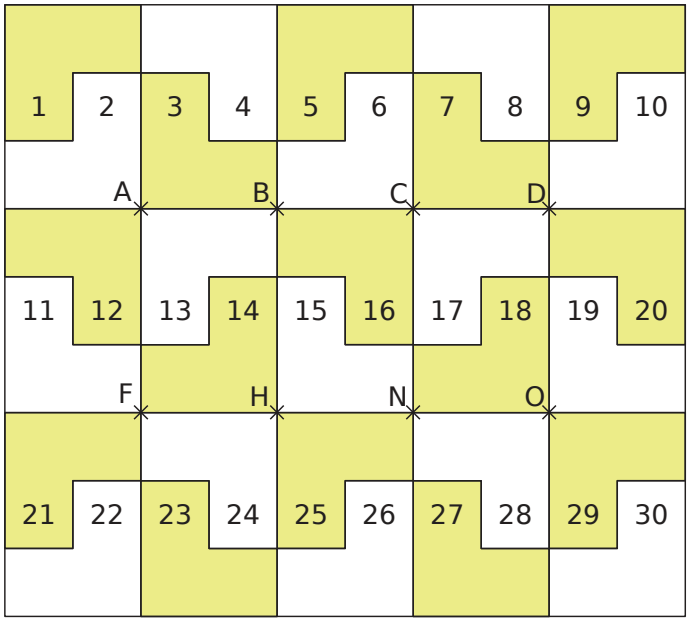
c. On considère la translation qui amène le bateau C3 sur le bateau B2. Quelle est l'image de :

• B4 ? ..... • B2 ? .....

d. On considère la translation qui transforme A4 en A2. Quel bateau a pour image :

• B2 ? ..... • A3 ? .....

2 Le pavage ci-dessous est réalisé avec 30 pièces identiques dont la forme est .



Observe le pavage puis réponds aux questions suivantes.

a. Dans la translation qui transforme A en H :

• quelle est l'image de la pièce n°13 ? .....

• quelle est l'image de la pièce n°6 ? .....

• quelle est l'image de la pièce n°15 ? .....

• quelle est l'image de la pièce n°1 ? .....

b. Dans la translation qui transforme H en A :

• quelle est l'image de la pièce n°25 ? .....

• quelle est l'image de la pièce n°18 ? .....

• quelle est l'image de la pièce n°23 ? .....

• quelle est l'image de la pièce n°20 ? .....

c. Quelle remarque peux-tu faire au sujet de ces deux translations ?

.....

.....

.....

d. Dans la translation qui transforme C en F :

• quelle est l'image du point D ? .....

• Place le point P, image de N.

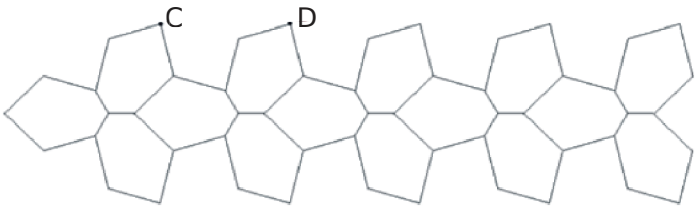
• Place le point E qui a pour image N.

• Trace les quadrilatères CDHF et CENF. Quelle est leur nature ? .....

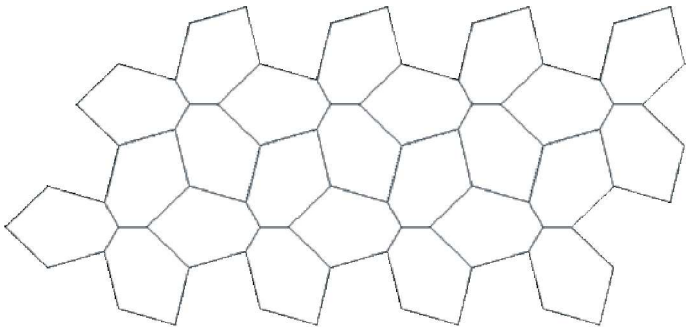
Utiliser et effectuer une translation

3 Pavage

a. Colorie en rouge le motif qui permet d'obtenir cette frise en effectuant la translation qui transforme C en D.

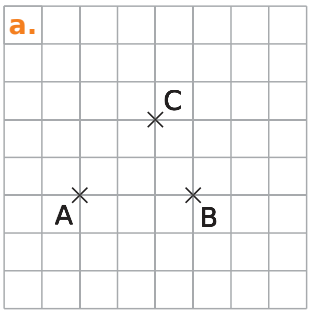


b. Représente par une flèche la translation effectuée de la frise pour obtenir le pavage ci-dessous, puis colorie ce pavage en alternant deux couleurs de ton choix pour chaque motif obtenu par translation.

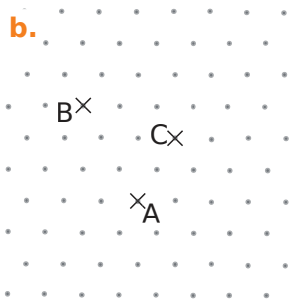


4 Dans chaque cas, construis le point D, image de C par la translation qui transforme A en B, puis le point E, image de A par la translation qui transforme B en C.

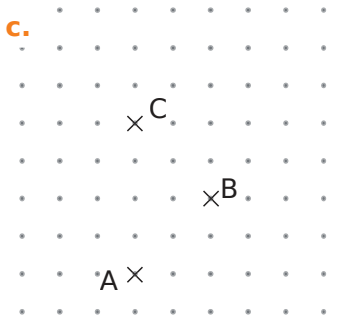
a.



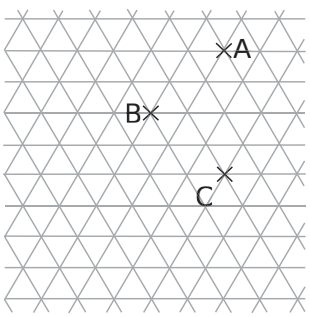
b.



c.

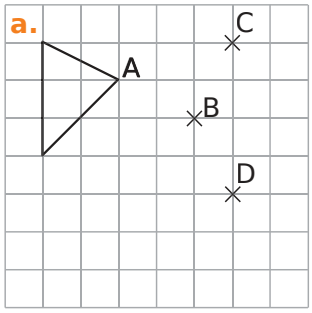


d.

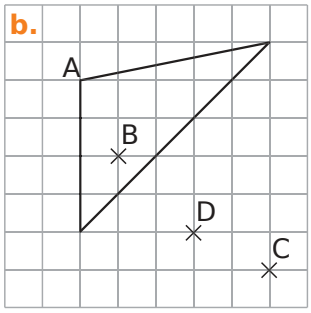


5 Dans chaque cas, trace en rouge l'image du triangle par la translation qui transforme A en B et en vert l'image du triangle par la translation qui transforme C en D.

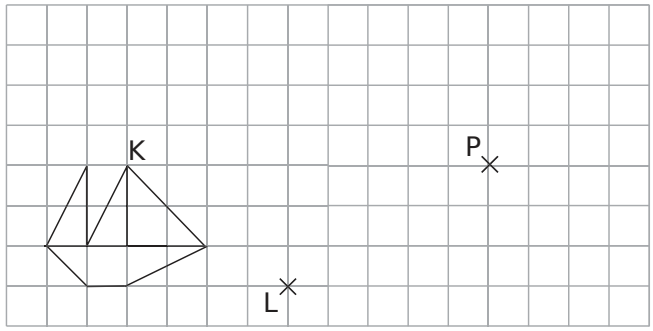
a.



b.



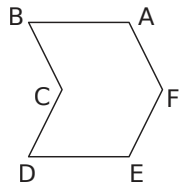
6 Petits bateaux



a. Dessine en rouge l'image du bateau par la translation qui transforme K en P.

b. Dessine en vert l'image du bateau par la translation qui transforme L en P

7 Sans quadrillage



a. Trace A'B'C'D'E'F', l'image du polygone ABCDEF par la translation qui transforme B en A.

b. Trace A''B''C''D''E''F'', l'image du polygone ABCDEF par la translation qui transforme A en E.

c. Reproduis ces translations avec les deux polygones obtenus et poursuis ainsi le dessin.

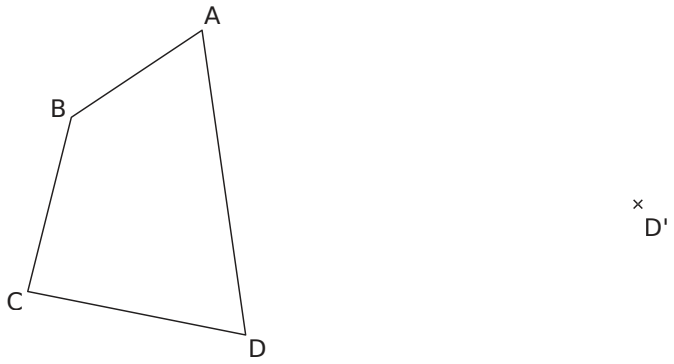
d. Comment s'appelle le dessin obtenu ? .....

Utiliser et effectuer une translation

8 Construis l'image du quadrilatère :

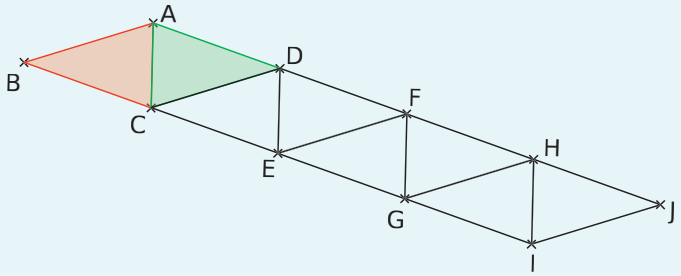
a. par la translation qui transforme D en D'.

b. par la translation qui transforme B en D.



9 **D'après brevet**

Gaspard travaille avec un logiciel de géométrie dynamique pour construire une frise. Il a construit un triangle ABC isocèle en B (motif 1), puis il a obtenu le losange ABCD (motif 2), pour finalement obtenir la frise (motif 3).



Décris les transformations qui ont permis à Gaspard de passer du motif 1 au motif 2, puis au motif 3.

.....

.....

.....

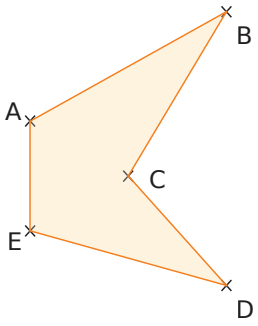
.....

.....

.....

10 Construis une frise en appliquant au motif rouge une symétrie axiale d'axe (AE) puis en appliquant à ces deux motifs la translation qui transforme A en E.

11 **Sans quadrillage**



D'

a. Trace A'B'C'D'E', l'image du polygone ABCDE par la translation qui transforme D en D'.

b. Quelle est la nature du quadrilatère BB'D'D ?

.....

c. Peux-tu trouver d'autres translations qui transforment le polygone ABCDE en A'B'C'D'E' ?

.....

.....

d. Quelle est la nature du quadrilatère CC'B'B ?

.....

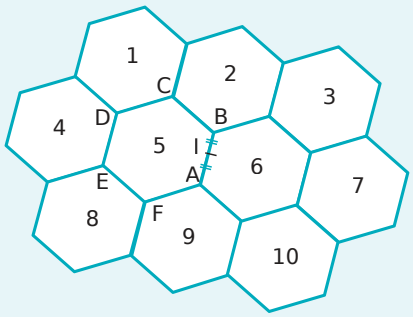
e. Décris la translation qui transforme A'B'C'D'E' en ABCDE.

.....

.....

1 D'après brevet

La figure suivante est constituée de dix hexagones réguliers numérotés de 1 à 10. L'hexagone 5 est nommé ABCDEF. Le point I est le milieu du segment [AB].



Quelle est l'image de :

a. l'hexagone 2 par la symétrie de centre I ?

.....

b. l'hexagone 4 par la symétrie d'axe la droite (AB) ?

.....

c. l'hexagone 3 par la translation qui transforme C en E ?

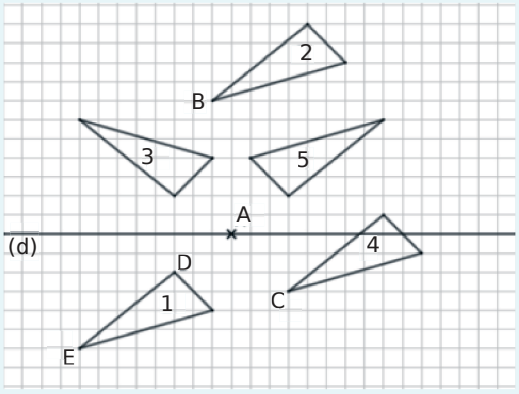
.....

d. l'hexagone 2 par la translation qui transforme C en E puis celle qui transforme E en A ?

.....

2 D'après brevet

Chacun des triangles 2, 3, 4 et 5 est obtenu à l'aide d'une symétrie axiale, d'une symétrie centrale ou d'une translation.



a. L'image du triangle 1 par la symétrie axiale d'axe ..... est le triangle ..... .

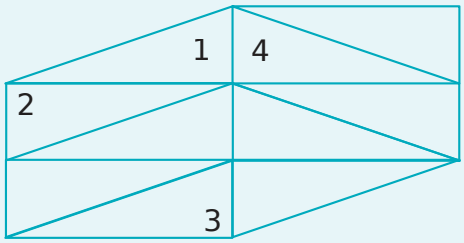
b. L'image du triangle 1 par la symétrie centrale de centre ..... est le triangle ..... .

c. L'image du triangle 1 par la translation qui transforme ..... en ..... est le triangle ..... .

d. L'image du triangle 2 par la translation qui transforme ..... en ..... est le triangle ..... .

3 D'après brevet

La figure ci-dessous est formée de triangles rectangles superposables.



a. Le triangle 2 est l'image du triangle 1 par une

.....

b. Le triangle 3 est l'image du triangle 1 par une

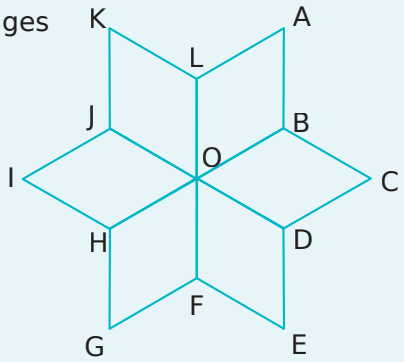
.....

c. Le triangle 4 est l'image du triangle 1 par une

.....

4 D'après brevet

La figure ci-après est constituée de 6 losanges superposables.



a. Par la translation qui transforme A en O, l'image du losange ALOB est le losange .....

b. Par la symétrie orthogonale d'axe (OB), l'image du losange ALOB est le losange .....

c. Par la symétrie de centre O, l'image du losange ALOB est le losange .....

d. ALOB est l'image OHGF par la translation qui transforme H en .....

e. Par quelle transformation KJOL est-il l'image de ABOL ? .....

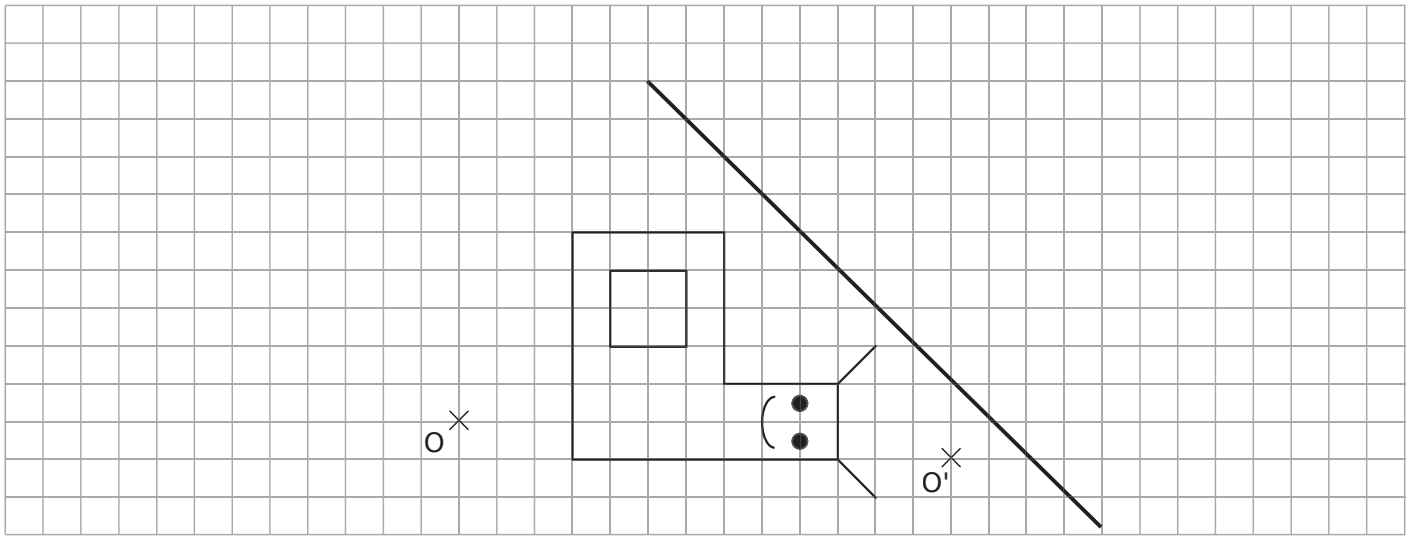
.....

.....

5 Deux transformations

a. Trace en vert le symétrique de cette figure par rapport à la droite.

b. Trace en rouge l'image de cette figure par la translation qui transforme O' en O.



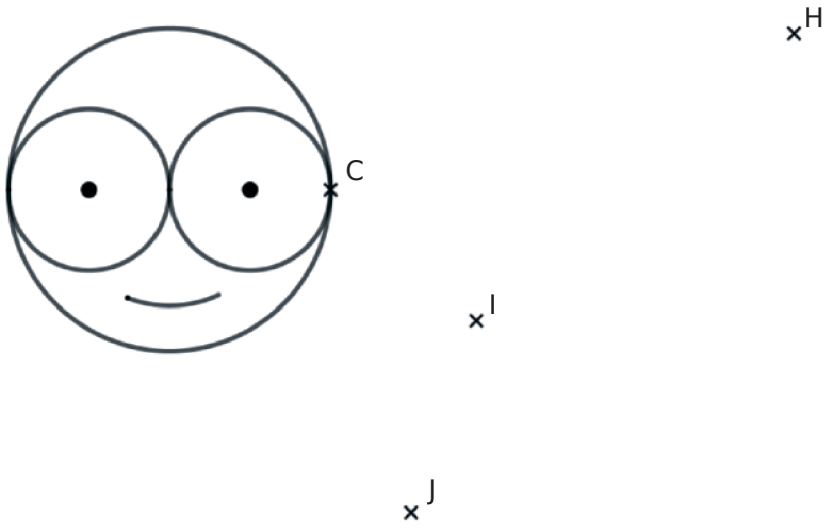
6 Trois transformations

a. Trace en rouge l'image de cette figure par la translation qui transforme C en H.

b. Trace en vert l'image de cette figure par la symétrie de centre I.

c. Trace en bleu l'image de la figure verte par la symétrie de centre J.

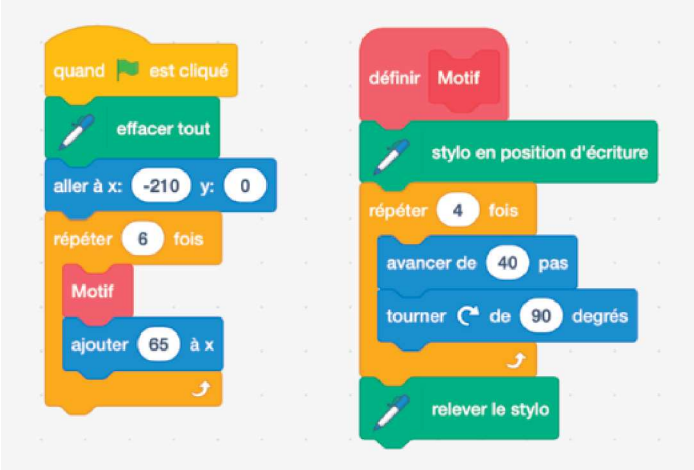
d. Par quelle transformation passe-t-on de la figure noire à la figure bleue ? .....



7 Translations et Scratch

Léna et Youri travaille sur un programme.

Voici la capture d'écran :



Ils obtiennent la frise n°1 suivante :

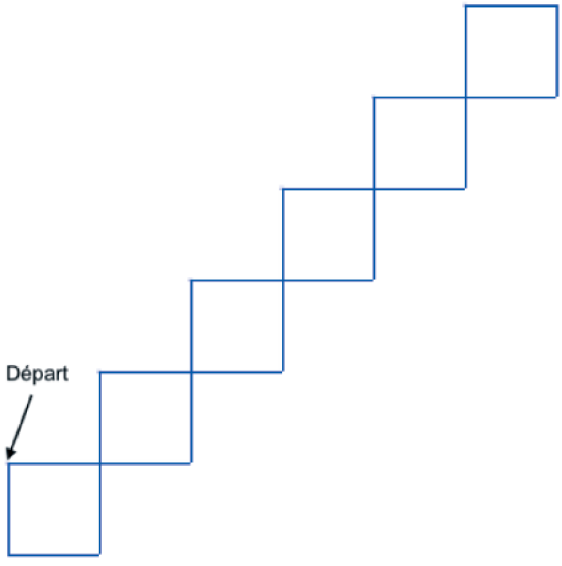
a. Repasse en rouge le « Motif »

b. Représente par une flèche la translation qui permet d'obtenir la frise à partir du Motif.

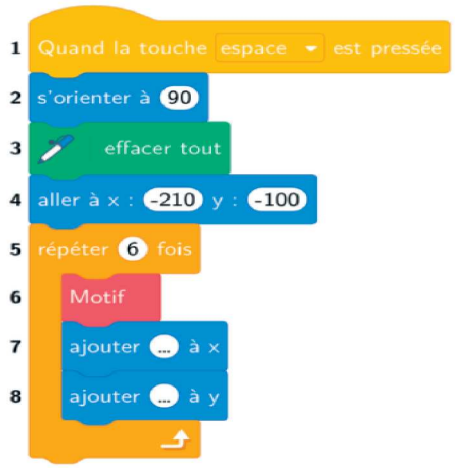
c. De combien sont espacés les motifs ?

.....

d. Ils souhaitent maintenant, à partir du même motif, obtenir la frise n°2 suivante. Représente par une flèche la translation qui permet d'obtenir la frise à partir du Motif.



Léna et Youri ont programmé deux translations pour obtenir cette nouvelle frise à partir du Motif de la question **a.**



e. Quelles valeurs Léna et Youri ont-ils inscrites dans les blocs des lignes 7 et 8 pour obtenir la frise n°2 ?

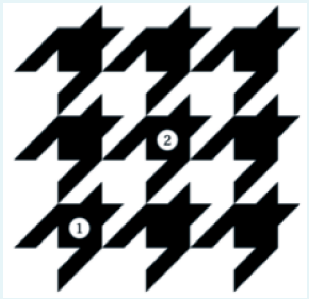
.....

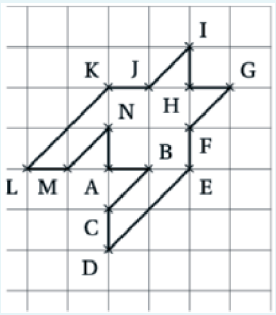
f. Représente par des flèches rouges les deux translations effectuées sur le Motif.

g. Quelle est l'aire de cette frise ?

.....

8 D'après brevet





a. Quelle translation effectue-t-on deux fois de suite pour obtenir le motif 2 à partir du motif 1 ?

.....

b. En considérant le carreau comme unité d'aire, donne l'aire du motif 1.

.....

.....

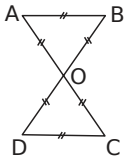
c. Que peux-tu en déduire pour l'aire du motif 2 ?

.....

.....

1 Translations et cercle

a. Reproduis ce dessin en vraie grandeur sachant que OA = 3 cm et que les points A, O et C, d'une part, et les points B, O et D, d'autre part, sont alignés.



b. Démontre que ABCD est un rectangle.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c. Place sur le dessin, le point E image du point O par la translation qui transforme B en A.

d. Place le point F image du point O par la translation qui transforme D en C.

e. Montre que les points A, B, C, D, E, F sont sur un même cercle que tu préciseras.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2 À partir du segment [EF], construis un triangle EFG, rectangle en E tel que EF = EG = 3 cm.

a. Place le point K image de F par la symétrie de centre E.

b. Par quelle translation le point K est-il l'image du point E ?

.....

c. Place le point J image de G par la translation qui transforme F en E.

d. Quelle est la nature du triangle JKE ? Justifie.

.....

.....

.....

e. Justifie que EK = KJ = JG = EG puis déduis-en que le quadrilatère JGEK est un carré.

.....

.....

.....

.....

f. Calcule l'aire du triangle EFG puis déduis-en l'aire du triangle JKE.

.....

.....

.....

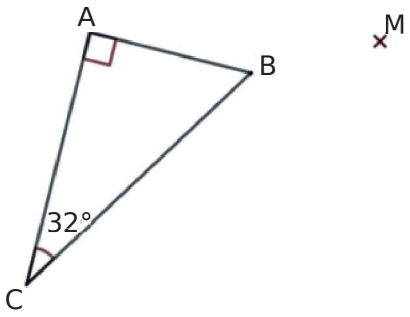
g. Sans autres calculs d'aire, déduis-en l'aire du quadrilatère FGJK. Justifie.

.....

.....

.....

3 ABC est un triangle et M un point à l'extérieur du triangle. On considère la translation T qui transforme A en M.



a. Construis le point N, image de B par la translation T.

b. Construis le point P, image de C par la translation T.

c. Quelle est la nature du triangle MNP ? Justifie.

.....

.....

.....

.....

d. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{MNP}$? Justifie.

.....

.....

.....

.....

4 ABC est un triangle isocèle en A et D est l'image du point A par la translation qui transforme B en C.

a. Fais un schéma.

b. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5 ABCD est un parallélogramme tel que AB = 2 cm ; AD = 4 cm et AC = 5 cm.

a. Fais une figure.

b. Construis les points E, F et G images respectives de B, D et C par la translation qui transforme A en C.

c. Justifie que AC = BE = DF = CG.

.....

.....

.....

.....

.....

d. Démontre que BD = EF.

.....

.....

.....

.....

.....

e. Déduis-en que le quadrilatère DBEF est un parallélogramme.

.....

.....

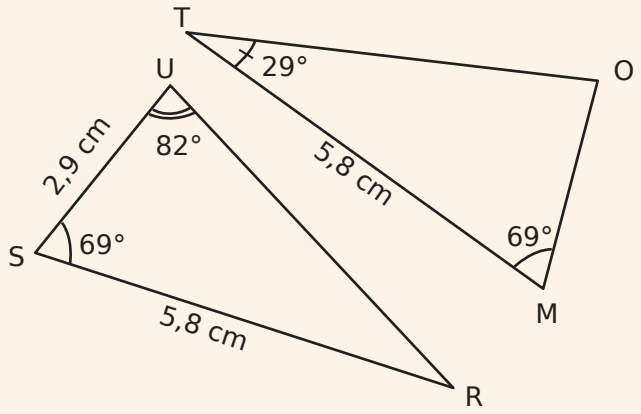
.....

.....

Série 4 Utiliser des triangles égaux

Exercice corrigé

On considère les deux triangles SUR et MOT ci-dessous.



a. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{SRU}$?

b. Démontre que les triangles SUR et MOT sont égaux.

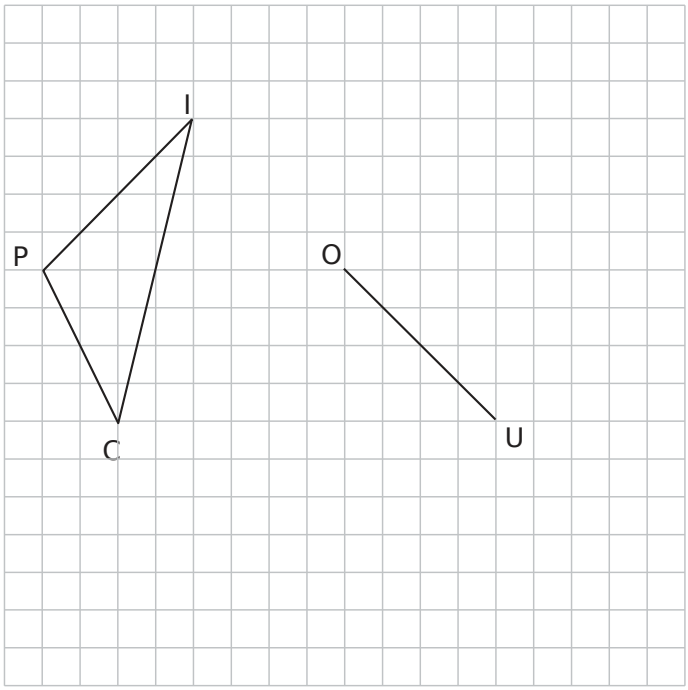
Correction

a. Dans le triangle SUR la somme des mesures des angles vaut 180°. On en déduit que :

$\widehat{SRU} = 180° - 82° - 69° = 29°$.

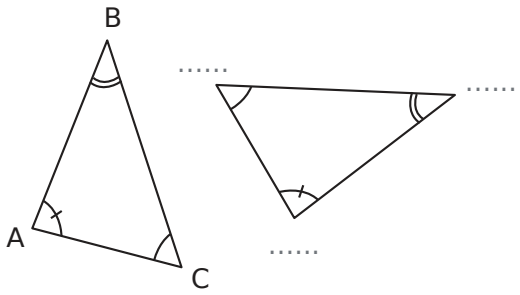
b. Les triangles SUR et MOT ont chacun un côté de 5,8 cm compris entre deux angles de mêmes mesures 69° et 29°, donc ils sont égaux.

1 Construis quatre triangles égaux à PIC ayant pour côté [OU].



2 Les triangles ABC et DEF sont égaux. Complète la figure sachant que :

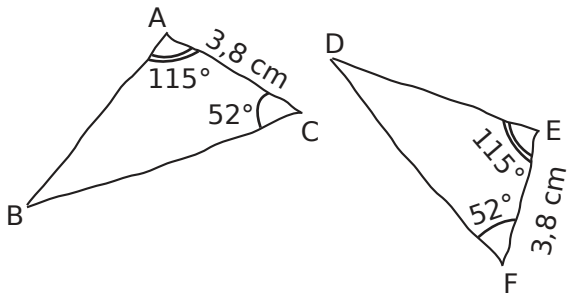
- AB = DF
- $\widehat{ABC} = \widehat{EDF}$



3 Tous égaux ?

Ces triangles tracés à main levée sont-ils égaux ? Justifie tes réponses.

a.



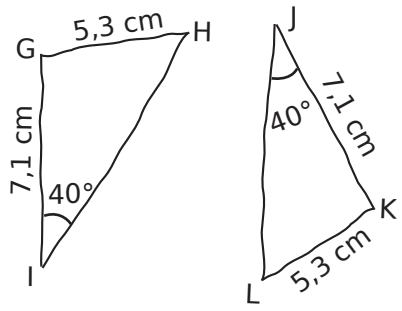
.....

.....

.....

.....

b.



.....

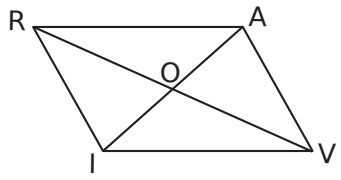
.....

.....

.....

Série 4 Utiliser des triangles égaux

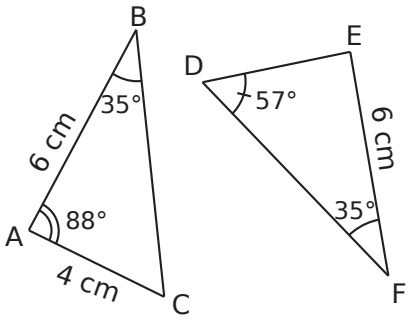
4 RAVI est un parallélogramme de centre O.



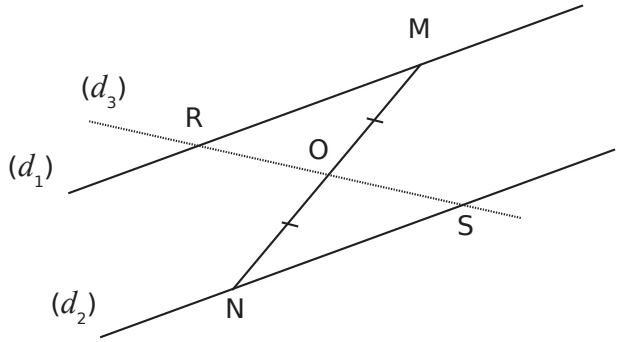
a. Code la figure.

b. Quels sont les triangles égaux ? Justifie ta réponse.

5 Démontre que les triangles ABC et DEF sont égaux.



6 On considère deux droites parallèles (d_1) et (d_2). M est un point de (d_1) et N est un point de (d_2). Une droite (d_3) passe par le milieu O de [MN] et coupe (d_1) en R et (d_2) en S.

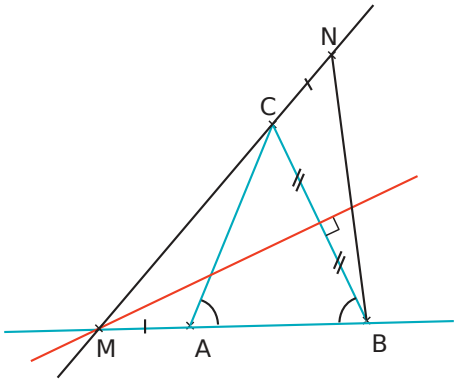


a. Prouve que les triangles ROM et NOS sont égaux.

b. Déduis-en que O est le milieu de [RS].

Utiliser des triangles égaux

7 ABC est un triangle isocèle en C.
La médiatrice de [BC] coupe la droite (AB) en M.
Sur la droite (MC), on a placé le point N de telle sorte que CN = AM.



a. Démontre que les angles $\widehat{MBC}$ et $\widehat{MCB}$ ont la même mesure.

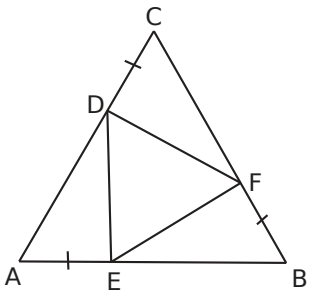
b. Démontre que les angles $\widehat{MAC}$ et $\widehat{NCB}$ ont la même mesure.

c. Déduis-en que les triangles AMC et CNB sont égaux.

d. Démontre que le triangle MBN est isocèle.

8 ABC est un triangle équilatéral.

On a placé trois points D, E et F sur ce triangle de telle sorte que AE = BF = CD.



a. Démontre que les triangles AED, BFE et DCF sont égaux.

b. Que peut-on en déduire pour le triangle DEF ?