

# Triangle rectangle



<b>Série 1 • Calculer une racine carrée</b> .....	96
<b>Série 2 • Calculer la longueur d'une hypoténuse avec Pythagore</b> .....	98
<b>Série 3 • Calculer un côté de l'angle droit avec Pythagore</b> .....	100
<b>Série 4 • Vérifier qu'un triangle est rectangle ou non</b> .....	102
<b>Série 5 • Utiliser le cosinus d'un angle</b> .....	104
<b>Série 6 • Synthèse</b> .....	107

Exercice corrigé

- a. Écris la liste des 15 premiers carrés parfaits.
- b. Quelle est la racine carrée de 64 ?
- c. Quelle est la racine carrée de -4 ?

Correction

- a.  $1^2 = 1$        $6^2 = 36$        $11^2 = 121$   
 $2^2 = 4$        $7^2 = 49$        $12^2 = 144$   
 $3^2 = 9$        $8^2 = 64$        $13^2 = 169$   
 $4^2 = 16$        $9^2 = 81$        $14^2 = 196$   
 $5^2 = 25$        $10^2 = 100$        $15^2 = 225$

- b.  $64 = 8^2$  donc  $\sqrt{64} = 8$ .
- c. -4 est négatif, sa racine carrée n'existe pas parmi les nombres réels.

1 Complète le tableau.

Nombre	1	6	0,3	-2	$\frac{5}{3}$	$-\frac{4}{7}$
Carré						

2 Complète le tableau sachant que x est positif.

x	9		
x <sup>2</sup>		16	
$\sqrt{x}$			5

3 Différentes écritures

a. Entoure les nombres qui sont égaux à  $\sqrt{25}$ .

- 5      -5      5<sup>2</sup>       $\sqrt{(-5)^2}$        $\sqrt{5^2}$       25

b. Entoure les nombres qui sont égaux à 9.

- $\sqrt{3^2}$       3<sup>2</sup>      (-3)<sup>2</sup>       $\sqrt{81}$        $\sqrt{9}$        $\sqrt{(-9)^2}$

4 Complète chacune des phrases suivantes.

- a. Le double de 100 est .....
- b. La moitié de 100 est .....
- c. Le carré de 100 est .....
- d. La racine carré de 100 est .....
- e. L'opposé de 100 est .....
- f. L'inverse de 100 est .....

5 Complète le tableau sachant que a est positif.

a	49	0,36			10 <sup>2</sup>		0,01
$\sqrt{a}$			0,4	8		10 <sup>2</sup>	

6 Complète.

- a.  $\sqrt{25} = \dots\dots\dots$
- b.  $\sqrt{81} = \dots\dots\dots$
- c.  $\sqrt{121} = \dots\dots\dots$
- d.  $\sqrt{\dots\dots\dots} = 15$
- e.  $\sqrt{\dots\dots\dots} = 12$
- f.  $\sqrt{\dots\dots\dots} = 16$

7 Calcule.

- a.  $\sqrt{7^2} = \dots\dots\dots$
- b.  $\sqrt{17^2} = \dots\dots\dots$
- c.  $\sqrt{(-9)^2} = \dots\dots\dots$
- d.  $\sqrt{10^4} = \dots\dots\dots$
- e.  $-\sqrt{13^2} = \dots\dots\dots$
- f.  $(-\sqrt{4})^2 = \dots\dots\dots$
- g.  $-\sqrt{15^2} = \dots\dots\dots$
- h.  $\sqrt{2^6} = \sqrt{(2^{\dots})^2} = \dots\dots\dots$

8 Calcule.

- a.  $\sqrt{4} = \dots\dots\dots$
- b.  $\sqrt{36} = \dots\dots\dots$
- c.  $\sqrt{11^2} = \dots\dots\dots$
- d.  $\sqrt{(-5)^2} = \dots\dots\dots$
- e.  $2\sqrt{9} = \dots\dots\dots$
- f.  $3\sqrt{16} = \dots\dots\dots$
- g.  $2 + \sqrt{25} = \dots\dots\dots$
- h.  $\sqrt{144} - 6 = \dots\dots\dots$

9 Précise si la racine carrée de chacun des nombres suivants existe. Justifie.

- a. -9
- b. 16
- c. (-5)<sup>2</sup>
- d.  $\pi - 3$
- e.  $2\pi - 7$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10 Encadre chacun des nombres entre deux carrés parfaits successifs puis leur racine carré entre deux nombres entiers successifs.

Exemple :  $1 < 3 < 4$  donc  $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$  soit  $1 < \sqrt{3} < 2$ .

- a.  $\dots\dots\dots < 2 < \dots\dots\dots$  donc  $\dots\dots\dots < \sqrt{50} < \dots\dots\dots$
- b.  $\dots\dots\dots < 10 < \dots\dots\dots$  donc  $\dots\dots\dots < \sqrt{60} < \dots\dots\dots$
- c.  $\dots\dots\dots < 43 < \dots\dots\dots$  donc  $\dots\dots\dots < \sqrt{135} < \dots\dots\dots$
- d.  $\dots\dots\dots < 50 < \dots\dots\dots$  donc  $\dots\dots\dots < \sqrt{142} < \dots\dots\dots$
- e.  $\dots\dots\dots < 60 < \dots\dots\dots$
- f.  $\dots\dots\dots < 135 < \dots\dots\dots$
- g.  $\dots\dots\dots < 142 < \dots\dots\dots$

**11** En t'aidant de l'exercice précédent, donne un ordre de grandeur des nombres suivants.

- |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| a. $\sqrt{7} \approx$ .....  | d. $\sqrt{50} \approx$ ..... |
| b. $\sqrt{11} \approx$ ..... | e. $\sqrt{63} \approx$ ..... |
| c. $\sqrt{26} \approx$ ..... | f. $\sqrt{83} \approx$ ..... |

**12** À l'aide de la calculatrice, donne l'arrondi au centième de chacun des nombres suivants.

- |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| a. $\sqrt{65} \approx$ ..... | d. $\sqrt{97} \approx$ ..... |
| b. $\sqrt{48} \approx$ ..... | e. $\sqrt{2} \approx$ .....  |
| c. $\sqrt{18} \approx$ ..... | f. $\sqrt{6} \approx$ .....  |

**13** À l'aide de la calculatrice, donne l'arrondi au dixième de chacun des nombres suivants.

- |                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| a. $\sqrt{163} \approx$ ..... | d. $\sqrt{846} \approx$ ..... |
| b. $\sqrt{32} \approx$ .....  | e. $\sqrt{3} \approx$ .....   |
| c. $\sqrt{17} \approx$ .....  | f. $\sqrt{5} \approx$ .....   |

**14** À l'aide de la calculatrice, donne l'arrondi au centième de chacun des nombres suivants.

- a.  $\sqrt{85} + 3\sqrt{78} \approx$  .....
- b.  $2\sqrt{9,3} - \sqrt{15} \times \sqrt{3,4} \approx$  .....
- c.  $3\sqrt{5} - \sqrt{2} \approx$  .....
- d.  $7\sqrt{8,5} - 2\sqrt{6} \times \sqrt{10} \approx$  .....
- e.  $5\sqrt{14} \times \sqrt{5} + \sqrt{2} \approx$  .....

**15** Écris les nombres suivants sans radical.

- a.  $\sqrt{64 + 36} =$  .....
- b.  $\sqrt{64} + \sqrt{36} =$  .....
- c.  $\sqrt{49} \times \sqrt{25} =$  .....
- d.  $\sqrt{49 \times 25} =$  .....
- e.  $5\sqrt{81} =$  .....
- f.  $-8\sqrt{7^2} =$  .....

**16** Calcule les nombres suivants.

- a.  $(2\sqrt{13})^2 =$  .....
- b.  $(8\sqrt{11})^2 =$  .....
- c.  $(-4\sqrt{7})^2 =$  .....
- d.  $\left(\frac{7\sqrt{8}}{4}\right)^2 =$  .....

**17** Côté d'un carré

Un carré a une aire égale à  $15 \text{ cm}^2$ .

a. Écris la formule permettant de calculer l'aire d'un carré dont la longueur d'un côté est égale à  $x$  unités de longueur.

.....

b. Déduis-en une valeur exacte, puis une valeur approchée au millimètre près, de la longueur du côté du carré précédent.

.....

**18** Un carré a une aire égale à  $24 \text{ cm}^2$ . Détermine la valeur exacte de la longueur du côté du carré, puis une valeur approchée au millimètre près.

.....

**19** Un carré a une aire égale à  $78 \text{ cm}^2$ . Détermine la valeur exacte de la longueur du côté du carré, puis une valeur approchée au millimètre près.

.....

**20** Rayon d'un disque

a. Écris la formule qui permet de calculer l'aire d'un disque de rayon  $r$  unités de longueur.

.....

b. Détermine la valeur exacte du rayon d'un disque de rayon égal à  $2 \text{ cm}^2$ .

.....

c. Déduis-en un ordre de grandeur du rayon.

.....

**21** L'aire d'un disque est égale à  $108 \text{ cm}^2$ .

Détermine un ordre de grandeur du rayon de ce disque.

.....

Exercice corrigé

NIV est un triangle rectangle en V tel que  $VI = 4 \text{ cm}$  et  $VN = 5 \text{ cm}$ .

Détermine la longueur de l'hypoténuse [NI] et donnes-en une valeur arrondie au mm.

Correction

Le triangle NIV est rectangle en V.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$NI^2 = NV^2 + VI^2$$

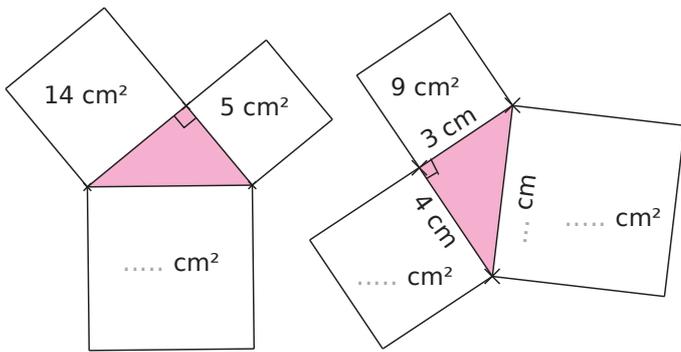
$$\text{soit } NI^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$$

NI est une distance, donc  $NI > 0$  et on a :

$$NI = \sqrt{41}$$

$$NI \approx 6,4 \text{ cm}$$

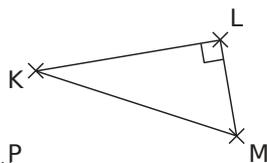
1 Dans chaque figure, un carré est dessiné sur chaque côté du triangle rectangle. Détermine les mesures manquantes (aires ou longueur).



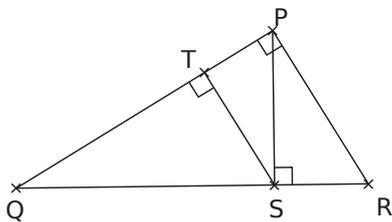
2 Pour chaque triangle rectangle, écris la relation du théorème de Pythagore.

a.

.....



b.



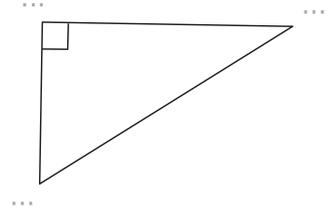
Triangle rectangle	Égalité de Pythagore
PQR rectangle en P	

3 Calcul de la longueur de l'hypoténuse

ERL est un triangle rectangle en R tel que  $ER = 9 \text{ cm}$

et  $RL = 12 \text{ cm}$ .

Calcule la longueur de son hypoténuse.

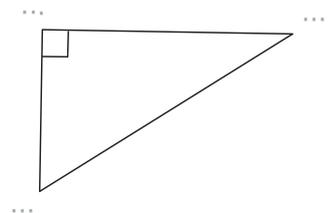


4 Calcul de la longueur de l'hypoténuse (bis)

LOI est un triangle rectangle en O tel que  $LO = 16 \text{ cm}$

et  $OI = 12 \text{ cm}$ .

Calcule la longueur de [LI].





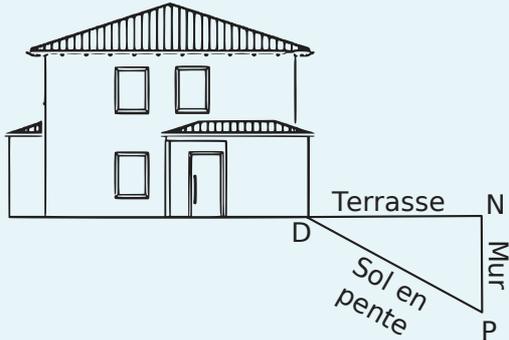


**5 Extrait du brevet**

Sur le schéma ci-dessous, la terrasse est représentée par le segment [DN] : elle est horizontale et mesure 4 mètres de longueur.

Elle est construite au-dessus d'un terrain en pente qui est représenté par le segment [DP] de longueur 4,20 m.

Pour cela, il a fallu construire un mur vertical représenté par le segment [NP].



Quelle est la hauteur du mur ? Justifie. Donne l'arrondi au cm près.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**6** L'abricotier de Charles et Jacqueline a donné tellement de fruits cette année qu'une branche menace de casser sous le poids des fruits.

La branche est à 2 m du sol et Charles dispose d'un bâton de 3 m pour placer sous la branche à soutenir. Fais un schéma, puis calcule l'écartement du bâton à la verticale. Arrondis au cm.

.....

.....

.....

.....

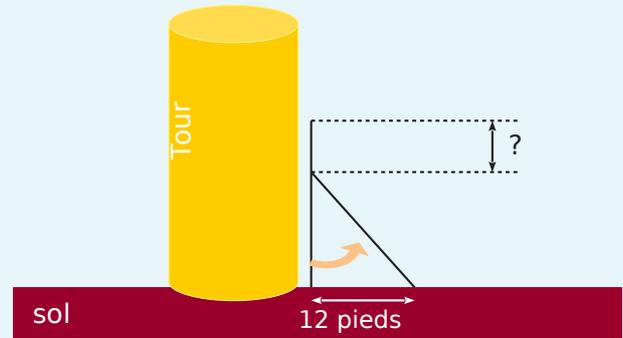
.....

.....

.....

**7 Extrait du brevet**

À Pise vers 1 200 après J.-C. (problème attribué à Léonard de Pise, dit Fibonacci, mathématicien italien du Moyen-Âge). Une lance, longue de 20 pieds\*, est posée verticalement le long d'une tour considérée comme perpendiculaire au sol.



Si on éloigne l'extrémité de la lance, qui repose au sol de 12 pieds de la tour, de combien descend l'autre extrémité de la lance le long du mur ?

\* Un pied est une unité de mesure anglo-saxonne valant environ 30 cm.

.....

.....

.....

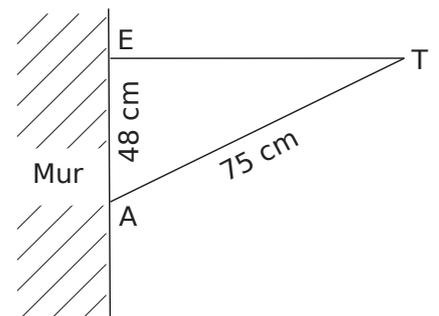
.....

.....

.....

.....

**8** Aristide a posé une étagère dans sa chambre sur un des murs. On suppose que ce mur est vertical au sol et que l'étagère est parallèle au sol.



Détermine une valeur approchée au millimètre près de la largeur de l'étagère.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice corrigé

NUL est un triangle tel que  $NU = 42$  cm ;  
 $LU = 46$  cm et  $LN = 62$  cm.  
 Démontre que NUL n'est pas un triangle rectangle.

Correction

Dans le triangle NUL, le plus long côté est [LN].

D'une part :

$$LN^2 = 62^2$$

$$LN^2 = 3\ 844$$

D'autre part :

$$LU^2 + NU^2 = 46^2 + 42^2$$

$$LU^2 + NU^2 = 2\ 116 + 1\ 764$$

$$LU^2 + NU^2 = 3\ 880$$

Donc  $LN^2 \neq LU^2 + NU^2$ .

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle NUL n'est pas rectangle.

1 À la recherche des triangles rectangles

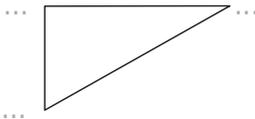
a.  $AB^2 = AC^2 + CB^2$  donc d'après

le triangle ABC

b.  $MR^2 = ME^2 + RE^2$  donc d'après

le triangle ABC

2 Soit TOC un triangle tel que  $TO = 77$  mm ;  
 $OC = 35$  mm et  $CT = 85$  mm.



a. Si TOC était rectangle, quel côté serait son hypoténuse ?

b. Calcule et compare  $CT^2$  et  $CO^2 + OT^2$ .

$$CT^2 = \dots = \dots$$

$$\dots^2 + \dots^2 = \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

c. Conclus.

3 Le triangle ABC est tel que  $AB = 17$  cm,  
 $AC = 15$  cm et  $BC = 8$  cm.

a. Si ce triangle était rectangle, quel côté pourrait être son hypoténuse ? Justifie.

.....  
 .....  
 .....

b. Calcule puis compare  $AB^2$  et  $AC^2 + CB^2$ .

Dans ABC, [AB] est le côté le plus

On calcule séparément  $AB^2$  et  $\dots^2 + \dots^2$ .

$$AB^2 = \dots \quad \left| \quad \dots^2 + \dots^2 = \dots$$

$$AB^2 = \dots \quad \left| \quad \dots = \dots$$

$$\dots \quad \left| \quad \dots = \dots$$

Donc d'après

le triangle ABC

4 Démontre que le triangle MER, tel que  $ME = 2,21$  m,  
 $ER = 0,6$  m et  $MR = 2,29$  m, est rectangle et précise en quel point.

(Aide-toi de l'exercice 2 ou de l'exercice 3, à toi de choisir celui qui convient.)

.....  
 .....  
 .....

On calcule séparément

$$\dots \quad \left| \quad \dots$$

$$\dots \quad \left| \quad \dots$$

$$\dots \quad \left| \quad \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$



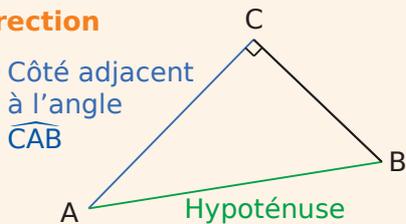
Exercice corrigé

Le triangle ABC est rectangle en C avec CA = 4 cm et AB = 5 cm.

a. Écris la formule donnant le cosinus de l'angle CAB.

b. Détermine une valeur arrondie au degré de l'angle CAB.

Correction



a. Le triangle ABC est rectangle en C donc

$$\cos \widehat{CAB} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{CAB}}{\text{hypoténuse}} = \frac{CA}{AB}$$

b. D'après la question précédente, en remplaçant par les longueurs correspondantes, on a l'égalité suivante :  $\cos(\widehat{CAB}) = \frac{4}{5}$

En utilisant les touches de la calculatrice :

`2nde cos ( 4 : 5 )`

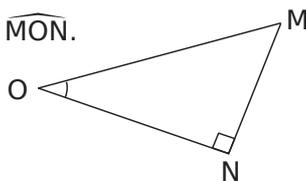
ou

`Shift cos ( 4 : 5 )`

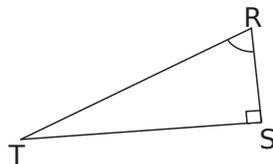
on obtient que l'angle CAB mesure environ 37°.

1 Repasse en couleur les côtés demandés.

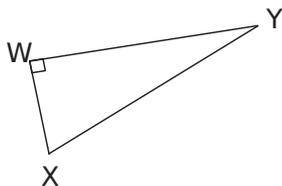
a. Le côté adjacent à l'angle MON.



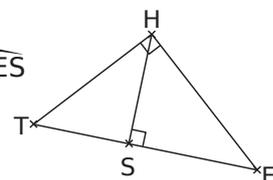
b. L'hypoténuse en rouge et le côté adjacent à l'angle SRT en bleu.



c. L'hypoténuse en rouge et le côté adjacent à l'angle WXY en bleu.

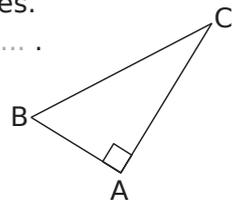


d. Le côté adjacent à l'angle HES en bleu dans le triangle THE. Le côté adjacent à l'angle THS en rouge dans le triangle SHT.



2 Complète les phrases suivantes. ABC est un triangle rectangle en ...

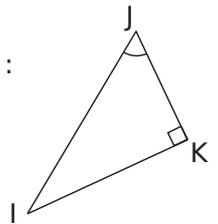
- L'hypoténuse est .....
- Le côté adjacent à l'angle BCA est .....



On en déduit l'égalité  $\cos \widehat{BCA} = \frac{\dots}{\dots}$ .

3 Complète les phrases suivantes : IJK est un triangle rectangle en ...

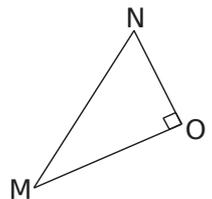
- L'hypoténuse est .....
- Le côté adjacent à l'angle IJK est .....



On en déduit l'égalité  $\cos \widehat{IJK} = \frac{\dots}{\dots}$ .

4 Dans le triangle MNO rectangle en O, exprime :

- a. le cosinus de l'angle MNO.
- b. le cosinus de l'angle NMO.



5 À l'aide de la figure ci-contre, complète les phrases suivantes.

a. Dans le triangle ABC rectangle en C, on a :

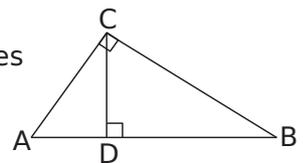
$$\cos \widehat{BAC} = \dots \quad \cos \widehat{ABC} = \dots$$

b. Dans le triangle ADC rectangle en D, on a :

$$\cos \widehat{BAC} = \dots \quad \cos \widehat{ACD} = \dots$$

c. Dans le triangle BDC rectangle en D, on a :

$$\cos \widehat{CBA} = \dots \quad \cos \widehat{DCB} = \dots$$

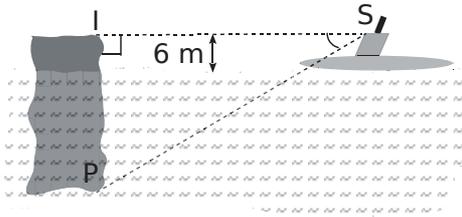


6 À l'aide de ta calculatrice, calcule la valeur arrondie au centième du cosinus des angles suivants.

Angle	30°	45°	52°	15°	60°	22°
Cosinus	.....	.....	.....	.....	.....	.....



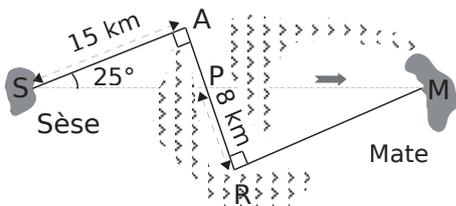
**13** Un sous-marin (S), situé à 1 853 m d'un iceberg (I), veut plonger pour passer sous celui-ci.



a. Pour 1 m au-dessus de l'eau, il y a environ 8 m en-dessous. Calcule la hauteur de la partie immergée de l'iceberg puis sa hauteur totale.

b. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{ISP}$  de plongée du sous-marin arrondi au degré.

**14 À vol d'oiseau**



Antoine voudrait aller de l'île de Sèse à celle de Mate avec son ULM. Or, avec celui-ci, il peut parcourir au maximum 40 km. Son ami Simbad lui a prêté la carte marine ci-dessus.

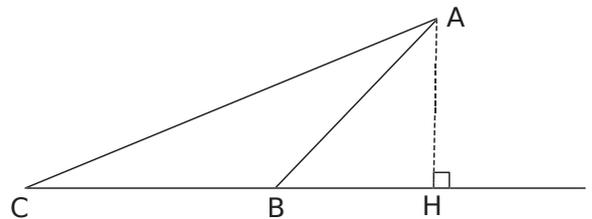
a. Calcule la distance SP arrondi au mètre.

b. Combien mesure l'angle  $\widehat{RPM}$  ?

c. Calcule la distance PM arrondi au mètre.

d. Antoine réussira-t-il sa traversée ?

**15** On considère ABC qui est un triangle tel que  $AB = 6$  cm,  $BC = 10$  cm et  $\widehat{ABC} = 120^\circ$ . La hauteur issue de A coupe la droite (BC) au point H.



a. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{ABH}$ .

b. Détermine la longueur BH.

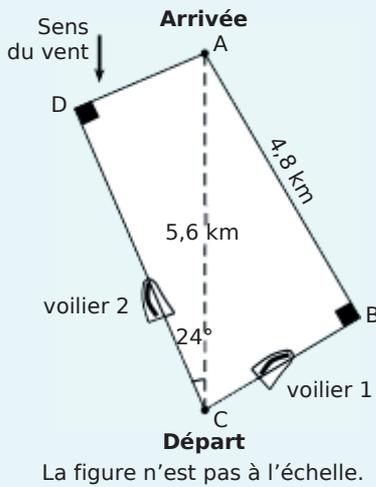
c. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{BAH}$ .

d. Détermine la longueur AH.

e. Calcule l'aire du triangle ABC.

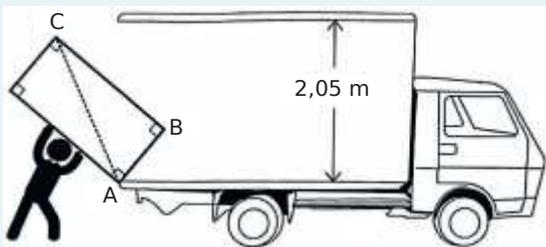
**1 Extrait du brevet**

Lorsqu'un voilier est face au vent, il ne peut pas avancer. Si la destination choisie nécessite de prendre une direction face au vent, le voilier devra progresser en faisant des zigzags. Compare les trajectoires de ces deux voiliers en calculant la distance, en kilomètres et arrondie au dixième, que chacun a parcourue.



**2 Extrait du brevet**

Lors de son déménagement, Allan doit transporter son réfrigérateur dans un camion. Pour l'introduire dans le camion, Allan le pose sur le bord comme indiqué sur la figure ci-dessous.



$AB = 59 \text{ cm}$  et  $BC = 198 \text{ cm}$

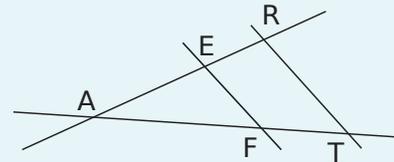
Allan pourra-t-il redresser le réfrigérateur en position verticale pour le rentrer dans le camion sans bouger le point d'appui A ? Justifie ta réponse.

**3 Extrait du brevet**

On considère la figure ci-dessous, réalisée à main levée et qui n'est pas à l'échelle.

On donne les informations suivantes :

- les droites (ER) et (FT) sont sécantes en A ;
- $AE = 8 \text{ cm}$ ,  $AF = 10 \text{ cm}$ ,  $EF = 6 \text{ cm}$  ;
- $AR = 12 \text{ cm}$ ,  $AT = 14 \text{ cm}$ .



a. Démontre que le triangle AEF est rectangle en E.

b. Déduis-en une mesure de l'angle  $\widehat{EAF}$  au degré près.

c. On suppose dans cette question que  $RT = 7,5 \text{ cm}$ . Le triangle ART est-il rectangle ?

**4** Entoure la bonne réponse dans chacun des cas.

a. ABC est un triangle rectangle en A avec :

$AC = 3,5 \text{ cm}$  et  $BC = 7 \text{ cm}$ . L'angle  $\widehat{ACB}$  mesure :

- 30°                      45°                      60°

b. EFGH est un rectangle tel que  $EF = 5 \text{ cm}$  et  $FG = 6 \text{ cm}$ . L'angle  $\widehat{EGF}$  mesure au degré près :

- 34°                      39°                      40°

c. IJKL est un losange tel que  $IK = 10 \text{ cm}$  et  $JK = 8 \text{ cm}$ . L'angle  $\widehat{JKI}$  mesure au degré près :

- 36°                      37°                      51°

**5** Un constructeur d'échelle recommande un angle entre le sol et l'échelle compris entre  $65^\circ$  et  $75^\circ$  pour assurer la sécurité physique de la personne l'utilisant. On pose contre un mur vertical (et perpendiculaire au sol) une échelle de 15 m de long et dont les pieds sont situés à 5 m de la base du mur.

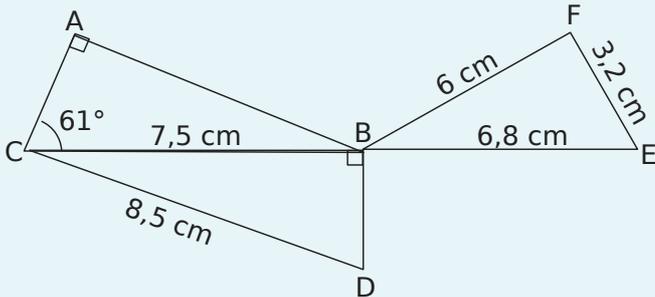
**a.** Fais un schéma.

**b.** Détermine la hauteur que l'on peut atteindre avec cette échelle. Arrondis le résultat au mètre.

**c.** L'échelle ainsi posée, respecte-t-elle la recommandation du constructeur ?

**6 D'après brevet**

On considère la figure suivante. C, B et E sont alignés.



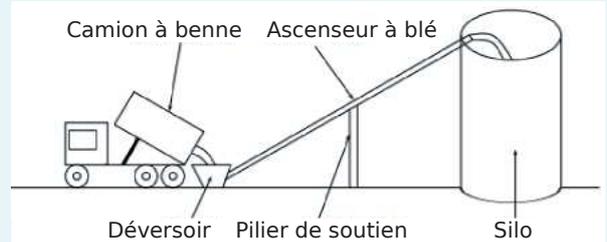
**a.** Montre que la longueur BD est égale à 4 cm.

**b.** Le triangle BFE est-il rectangle ?

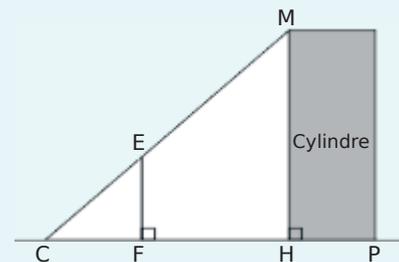
**c.** Max affirme que l'angle  $\widehat{ACD}$  est un angle droit. A-t-il raison ?

**7 Extrait du brevet**

Un silo à grains permet de stocker des céréales. Un ascenseur permet d'acheminer le blé dans le silo. L'ascenseur est soutenu par un pilier.



On modélise l'installation par la figure ci-dessous qui n'est pas réalisée à l'échelle.



Les points C, E et M sont alignés ainsi que les points C, F, H et P. On a :  $CH = 8,50$  m,  $CF = 2,50$  m,  $HM = 20,40$  m et  $HP = 4,20$  m.

**a.** Quelle est la longueur CM de l'ascenseur à blé ?

**b.** Déduis-en la mesure de l'angle  $\widehat{ECF}$ . Donne une valeur approchée au degré près.

**c.** Détermine la longueur CE. Donne une valeur approchée au centimètre.