

# Triangle et proportionnalité

D4

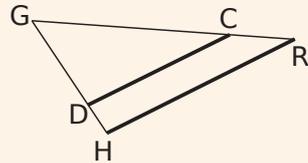


|   |     |
|---|-----|
| <b>Série 1 • Calculer une longueur –<br/>Théorème de Thalès</b> ..... | 110 |
| <b>Série 2 • Justifier que deux droites sont parallèles</b> .....     | 112 |
| <b>Série 3 • Utiliser une réduction ou un agrandissement</b> .....    | 114 |

Exercice corrigé

Sur la figure ci-dessous, les droites (CD) et (HR) sont parallèles.

On donne  $DG = 25$  mm ;  
 $GH = 45$  mm ;  
 $CG = 20$  mm ;  
 et  $HR = 27$  mm.



Calcule GR.

Correction

Les droites (DH) et (CR) sont sécantes en G.  
 Les droites (CD) et (HR) sont parallèles.  
 D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{GC}{GR} = \frac{GD}{GH} = \frac{CD}{HR} \text{ soit } \frac{20}{GR} = \frac{25}{45} = \frac{CD}{27}$$

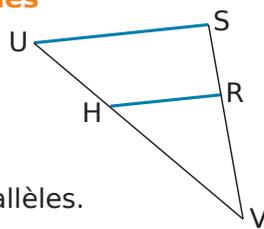
Calcul de GR :  $25 \times GR = 45 \times 20$ .

$$GR = \frac{45 \times 20}{25} \text{ donc } GR = 36 \text{ mm.}$$

1 Longueurs proportionnelles

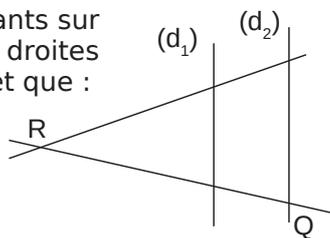
Nomme les triangles qui ont leurs longueurs proportionnelles et écris les rapports égaux.

Les droites en couleur sont parallèles.

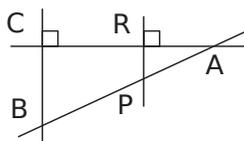


2 Place les points manquants sur la figure sachant que les droites (d<sub>1</sub>) et (d<sub>2</sub>) sont parallèles et que :

$$\frac{RF}{RC} = \frac{RT}{RQ} = \frac{FT}{CQ}$$

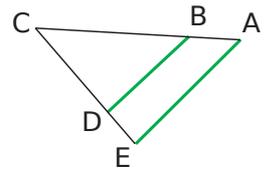


3 Les points A, P et B sont alignés ainsi que les points A, R et C. Explique pourquoi tu peux appliquer le théorème de Thalès. Écris alors les rapports égaux dans ces figures.



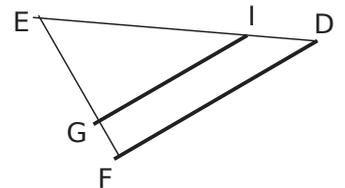
4 Les droites en couleur sont parallèles. Juliette a écrit :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{ED}{EC} = \frac{AE}{BD}$$



Explique et corrige son erreur.

5 Dans la figure ci-contre, les droites (GI) et (FD) sont parallèles.  $EI = 4$ ,  $ED = 7$  et  $GI = 5$ .



Complète pour calculer la longueur FD.

Les triangles EGI et ..... sont tels que :

E, G et F sont ..... ainsi que les points ....., ..... et .....

Les droites (.....) et (.....) sont parallèles.

D'après le .....

$$\frac{\dots\dots\dots}{EF} = \frac{EI}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

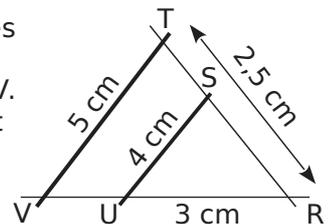
Sachant que  $EI = 4$ ,  $ED = 7$  et  $GI = 5$ , on obtient :

$$\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{FD}$$

donc  $FD \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots$

$$FD = \frac{\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} ; FD = \dots\dots\dots$$

6 Sur la figure ci-contre, les points R, S, T sont alignés ainsi que les points R, U et V. Les droites (SU) et (TV) sont parallèles.

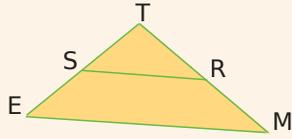


Calcule RS et RV.



Exercice corrigé

Sur la figure ci-contre,  
 $TR = 4 \text{ cm}$  ;  $TS = 3 \text{ cm}$  ;  
 $TM = 8 \text{ cm}$  et  $TE = 6 \text{ cm}$ .



Les droites (RS) et (ME) sont-elles parallèles ?

Correction

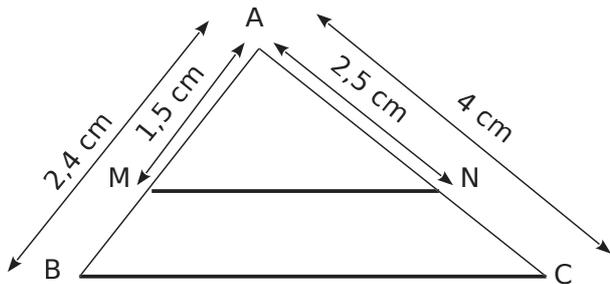
Les points T, S, E sont alignés ainsi que les points T, R et M dans cet ordre.

$$\frac{TR}{TM} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{ et } \frac{TS}{TE} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

On constate que  $\frac{TR}{TM} = \frac{TS}{TE}$ .

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (RS) et (ME) sont parallèles.

1 On sait que les points A, M, B d'une part et les points A, N, C d'autre part sont alignés dans cet ordre.



On veut montrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

a. Calcule et compare les proportions.

$$\frac{AM}{AB} = \dots \quad \left| \quad \frac{AN}{AC} = \dots$$

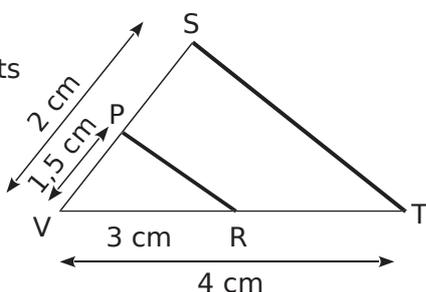
.....

b. Conclus.

.....

2 Avec un guide

On sait que les points V, P, S d'une part et les points V, R, T d'autre part sont alignés dans cet ordre.



a. Calcule les rapports  $\frac{VP}{VS}$  et  $\frac{VR}{VT}$  et montre qu'ils sont égaux.

.....

b. Complète.

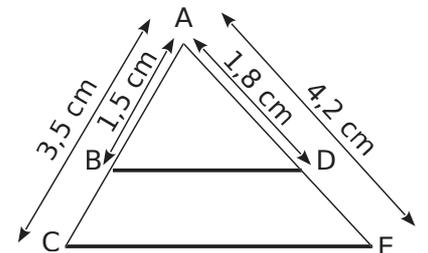
D'après la ..... du théorème de ....., les droites (.....) et (.....) sont donc parallèles.

3 Complète.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

Donc  $\frac{AB}{AC} \dots \frac{AD}{AE}$ .



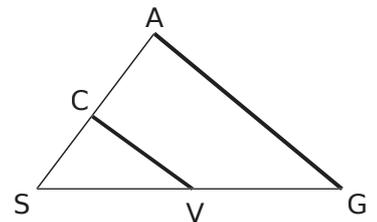
De plus, les points ....., ..... et ..... ainsi que les points ....., ..... et ..... sont ..... dans cet ordre.

On en déduit, d'après ....., que les droites ..... et ..... sont .....

4 Sur le schéma ci-dessous, les droites (SA) et (SG) sont sécantes.

Les droites (GA) et (CV) sont-elles parallèles ?

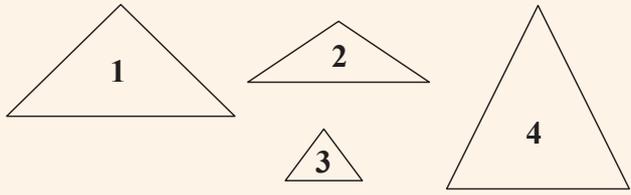
On a  $SV = 0,6 \text{ cm}$  ;  
 $SG = 0,9 \text{ cm}$  ;  
 $SA = 1,5 \text{ cm}$  et  
 $SC = 1 \text{ cm}$ .





Exercice corrigé

Parmi les triangles proposés, lequel est un agrandissement ou une réduction du triangle bleu ?



Correction

Le triangle n° 1 est un agrandissement du triangle bleu puisqu'il a les mêmes proportions. Les angles sont conservés et les longueurs sont agrandies.

1 Dans chaque cas, la figure 2 est-elle un agrandissement de la figure 1 ? Justifie ta réponse.

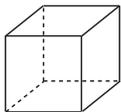
a. Rectangle 1



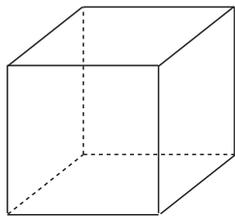
Rectangle 2



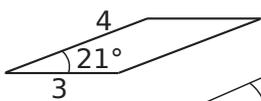
b. Cube 1



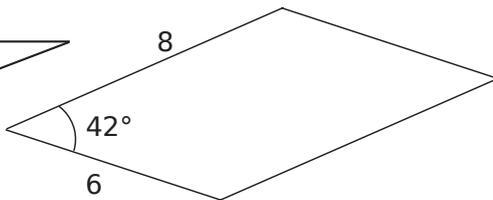
Cube 2



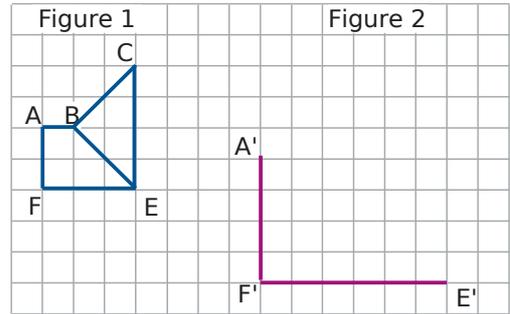
c. Parallélogramme 1



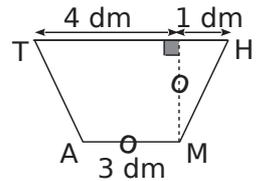
Parallélogramme 2



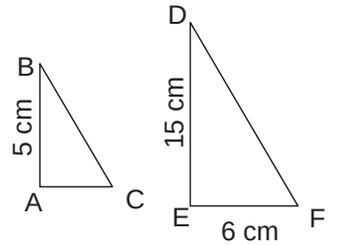
2 La figure 2 est le début d'un agrandissement de la figure 1. Complète-la.



3 MATH est un trapèze de bases [TH] et [AM]. Construis-en une réduction de rapport  $\frac{1}{10}$ .



4 Le triangle ABC est une réduction du triangle EDF.



a. Complète. On sait que le triangle ABC est une ..... du triangle EDF.

Donc leurs ..... sont proportionnelles.

On en déduit le rapport  $k$  de réduction :

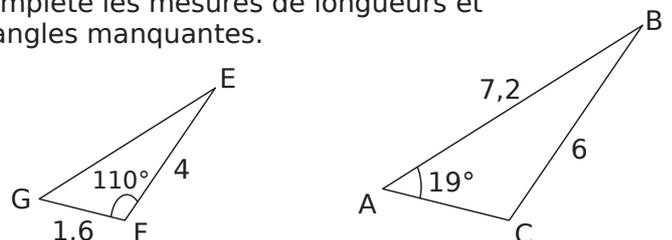
$$k = \frac{AB}{ED} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

b. Complète pour calculer la longueur AC.

[AC] est une ..... de rapport  $\frac{\dots}{\dots}$

de [EF], donc  $AC = \frac{\dots}{\dots} \times EF = \dots$  cm.

5 EFG est une réduction du triangle ABC. Complète les mesures de longueurs et d'angles manquantes.



**6 Proportionnalité et réduction**

Deux triangles ont les longueurs suivantes.

|                     |          |           |           |
|---------------------|----------|-----------|-----------|
| <b>Triangle RST</b> | RS = 5,4 | RT = 8,1  | TS = 10,8 |
| <b>Triangle FGH</b> | FG = 4,5 | FH = 6,75 | GH = 9    |

a. Est-ce un tableau de proportionnalité ? Justifie.

.....

.....

.....

b. Le triangle RST est-il un agrandissement ou une réduction du triangle FGH ? Précise le rapport.

.....

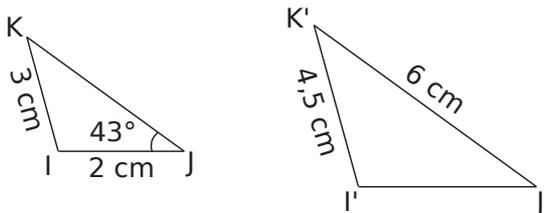
.....

.....

**7** Complète le tableau.

| Longueur de départ | Rapport d'agrandissement ou de réduction | Longueur agrandie ou réduite |
|--------------------|--|------------------------------|
| 3 cm               | 3  |                              |
| 15 m               | 0,8                                      |                              |
|                    | 7,5                                      | 225 mm                       |
|                    | $\frac{2}{5}$                            | 1,24 cm                      |
| 2,5 cm             |  | 10 cm                        |
| 2 dm               |  | 2,4 dm                       |

**8** On a représenté ci-dessous un triangle I'J'K' qui est un agrandissement du triangle IJK.



a. Détermine le rapport  $k$  d'agrandissement sous forme fractionnaire puis sous forme décimale.

.....

.....

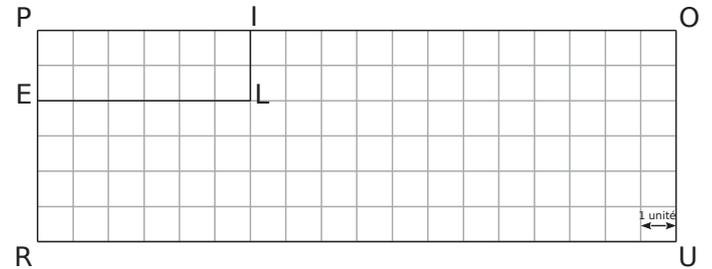
.....

b. Calcule la longueur I'J'.

.....

c. Quelle est la mesure de l'angle I'J'K' ? .....

**9** On considère la figure suivante.



a. Calcule la longueur RO. Donne une valeur approchée au dixième.

.....

.....

.....

.....

b. Complète :

PILE est une réduction de POUR de rapport .....

c. Déduis-en la longueur de la diagonale EI.

.....

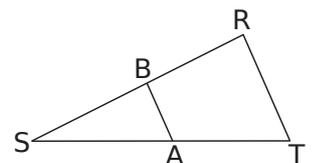
.....

.....

**10** On sait que (BA) // (RT),

ST = 4 cm ; SB = 3 cm ;  
AB = 2 cm et RT = 5 cm.

a. Explique pourquoi le triangle SBA est une réduction du triangle SRT.



.....

.....

.....

.....

b. Quel est le rapport de réduction ? .....

c. Calcule les longueurs SA et SR.

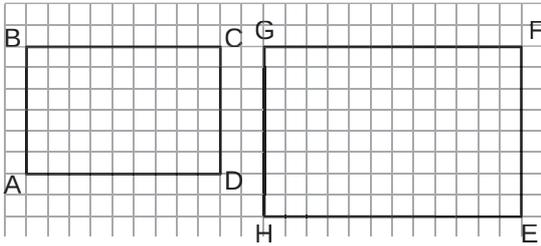
.....

.....

.....

**11 Avec des aires**

Le rectangle ABCD est une réduction du rectangle EFGH.



a. Montre que le rapport de réduction est  $\frac{3}{4}$ .

.....  
 .....

b. Calcule l'aire du rectangle EFGH, puis celle du rectangle ABCD.

.....  
 .....

c. Complète :  $\frac{\text{Aire ABCD}}{\text{Aire EFGH}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \left(\frac{\dots\dots}{\dots\dots}\right)^2$

**12** Complète le tableau.

| Aire de départ      | Rapport d'agrandissement ou de réduction | Aire agrandie ou réduite |
|---------------------|--|--------------------------|
| 3 cm <sup>2</sup>   | 3  |                          |
| 15 m <sup>2</sup>   | 0,8                                      |                          |
|                     | 5  | 225 mm <sup>2</sup>      |
| 50 km <sup>2</sup>  | $\frac{2}{5}$                            |                          |
| 2,5 cm <sup>2</sup> |  | 10 cm <sup>2</sup>       |
| 2 dm <sup>2</sup>   |  | 50 dm <sup>2</sup>       |

**13 Avec des volumes**

Un cube a une arête de longueur 2 cm. On considère son agrandissement de rapport 3.

a. Calcule le volume du cube initial.

.....  
 .....

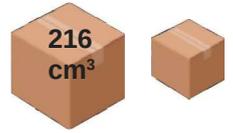
b. Quelle est la longueur du côté du cube agrandi ? Déduis-en son volume.

.....  
 .....

c. Complète :

$$\frac{\text{Volume du cube}}{\text{Volume du cube agrandi}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \left(\frac{\dots\dots}{\dots\dots}\right)^3$$

**14** Deux colis sont cubiques. Le plus petit est une réduction de rapport  $\frac{1}{2}$  du plus gros. Calcule le volume du petit colis.



.....  
 .....

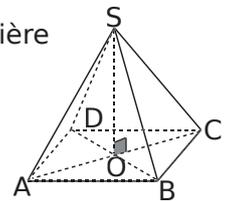
**15** On fait subir un agrandissement de coefficient 5 à une pyramide. La pyramide obtenue a un volume de 2 000 cm<sup>3</sup>. Quel était le volume de la pyramide de départ ?

.....  
 .....

**16** Un cylindre a un volume de 51 cm<sup>3</sup>. Quel est le volume du cylindre obtenu après une réduction de rapport 0,6 ?

.....  
 .....

**17** SABCD est une pyramide régulière à base carrée, réduction de rapport  $\frac{1}{1000}$  de la grande pyramide de Gizeh en Égypte. SO = 13,7 cm et AB = 23 cm.



a. Quelles sont les dimensions en mètres de la grande pyramide de Gizeh ?

.....  
 .....

b. Calcule l'aire de ABCD et le volume de SABCD.

.....  
 .....

c. Calcule l'aire de la base et le volume de la pyramide de Gizeh en utilisant le rapport d'agrandissement.

.....  
 .....