

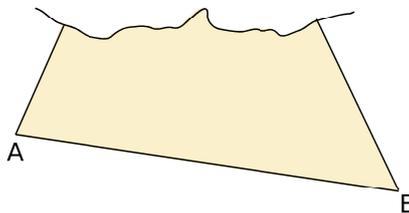


Symétrie axiale

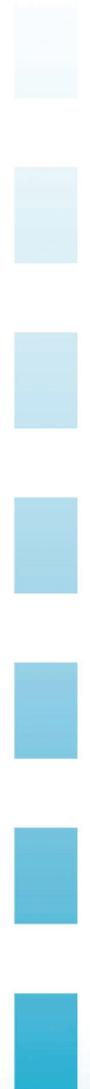
G3



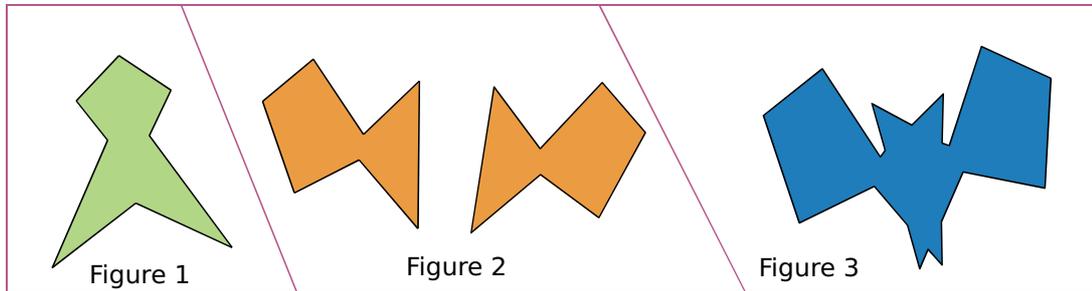
Narration de recherche



Un triangle ABC a été tracé sur une feuille qui a été déchirée. Tu dois trouver comment construire le point d'intersection des trois médiatrices des côtés du triangle ABC sans effectuer de tracés en dehors de la feuille. Il pourra être utile de tracer auparavant les trois médiatrices d'un autre triangle qui, lui, sera complet.



Activité 1 : Miroir, mon beau miroir

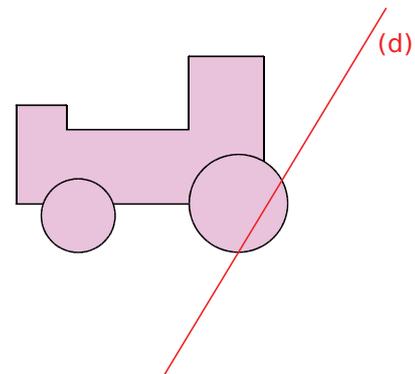


1. Observe les trois figures ci-dessus.

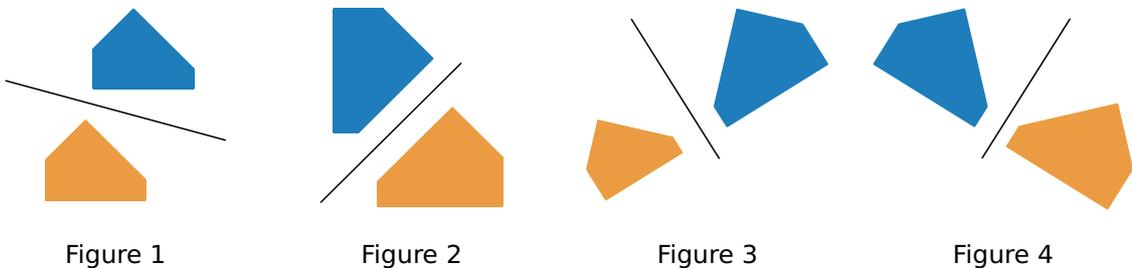
a. Quel est leur point commun ?
Comment peux-tu le mettre en évidence ?

b. Trouve dans des publicités ou des magazines, des logos qui ont la même propriété.

2. À l'aide de papier calque, complète la figure ci-contre avec un minimum de tracés pour que la droite (d) soit son **axe de symétrie**.

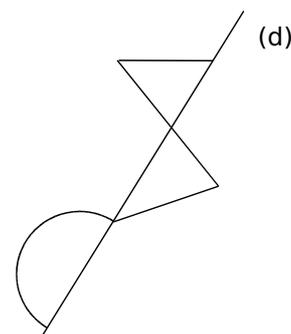
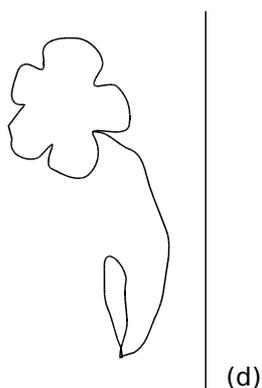


Activité 2 : Le symétrique dans l'œil



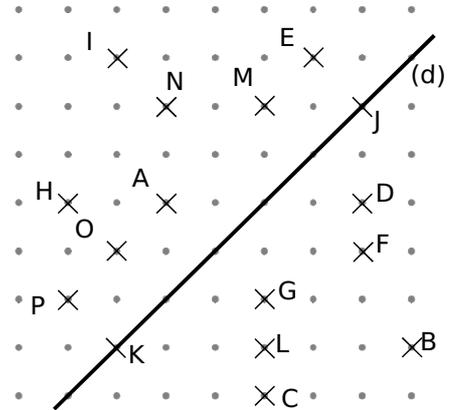
1. Observe les figures ci-dessus. La figure bleue est-elle toujours symétrique à la figure orange par rapport à la droite tracée ? Justifie ta réponse en écrivant une phrase.

2. Reproduis les figures ci-dessous. Complète-les à main levée en respectant la symétrie par rapport à la droite (d) et en tenant compte des remarques faites à la question 1.



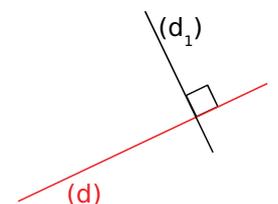
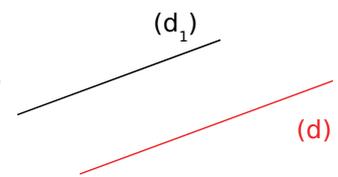
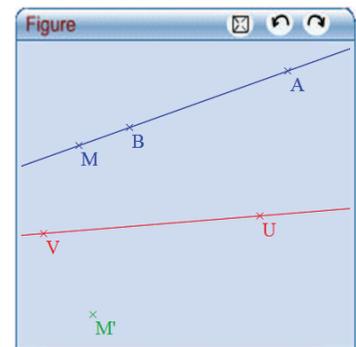
Activité 3 : Une droite bien connue

- Sur la figure ci-contre, quel est le symétrique du point A par rapport à l'axe (d) ?
Trouve les paires de points symétriques par rapport à la droite (d). Décalque-les ainsi que la droite (d).
- Quel est le symétrique du point J par rapport à l'axe (d) ?
Y a-t-il un autre point qui a la même particularité ?
- Sur ton calque, relie les points qui sont symétriques. Que peux-tu dire de la droite (d) pour ces segments ?
- Trace le cercle de centre J passant par A et celui de centre K passant par A.
Que remarques-tu ?
Trace un autre cercle passant par A et G. Où doit se situer son centre ?
- Place un point T sur ton calque qui n'est pas sur la droite (d). Propose deux façons de construire son symétrique T' par rapport à (d) sans plier le calque.



Activité 4 : Symétrique d'une droite

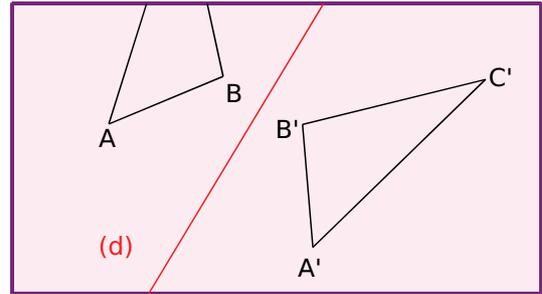
- Avec TracenPoche**
 - Construis une droite (UV). Place deux points A et B puis un point M appartenant à la droite (AB).
Construis le point M' symétrique de M par rapport à la droite (UV) en utilisant le bouton
 - Déplace le point M et observe le point M'.
Demande la trace du point M' en utilisant le bouton
Déplace le point M et observe la trace. Dédus-en la nature du symétrique d'une droite.
 - Construis le symétrique de la droite (AB) par rapport à l'axe (UV). Déplace les points A et B, observe la position des droites et écris tes remarques.
 - Sur une feuille, trace deux droites sécantes (d) et (d₁). Construis le symétrique de la droite (d₁) par rapport à l'axe (d).
- Droite parallèle à l'axe**
 - Trace deux droites parallèles (d) et (d₁).
 - Construis la droite (d₂) symétrique de la droite (d₁) par rapport à l'axe (d).
 - Que peux-tu dire des droites (d₁) et (d₂) ? Justifie ta réponse.
- Droite perpendiculaire à l'axe**
 - Construis deux droites (d) et (d₁) perpendiculaires.
 - Place un point A sur la droite (d₁) et construis son symétrique A' par rapport à l'axe (d). Justifie la position du point A'.
 - Que peux-tu dire alors de la droite (d₂) symétrique de la droite (d₁) par rapport à l'axe (d) ?



Activité 5 : Un peu de mesure

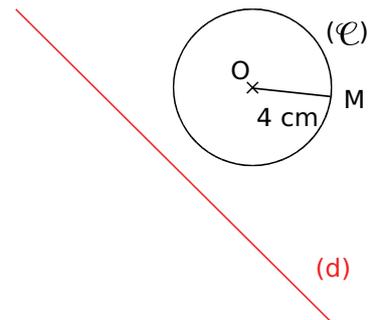
1. Symétrique d'un segment

- Trace une droite (d) et un segment $[AB]$. Construis le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à la droite (d) .
- Compare les mesures des deux segments. Tes camarades obtiennent-ils la même remarque ?
- Romain avait construit le symétrique $A'B'C'$ du triangle ABC par rapport à l'axe (d) . Malheureusement, sa feuille s'est déchirée et il ne reste que la figure ci-contre. Romain doit déterminer le périmètre du triangle ABC . Explique comment il peut faire en utilisant uniquement la règle graduée et sans tracé supplémentaire.



2. Symétrique d'un cercle

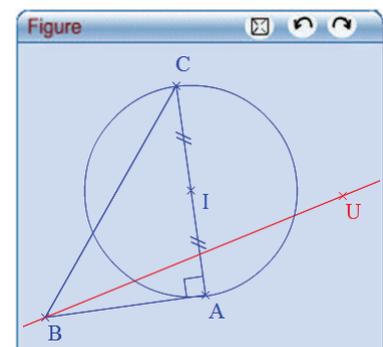
- Reproduis la figure ci-contre, place un point M sur le cercle (\mathcal{C}) puis construis les points O' et M' symétriques respectifs de O et de M par rapport à (d) . Quelle est la longueur de $[O'M']$? Justifie ta réponse.
- Construis le symétrique du cercle (\mathcal{C}) par rapport à la droite (d) .



Activité 6 : Symétrique d'une figure

1. Avec TracenPoche

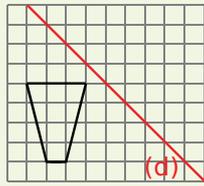
- Construis un triangle ABC rectangle en A . On appelle I le milieu de $[AC]$. Trace le cercle (\mathcal{C}) de diamètre $[AC]$. Trace une droite (BU) . On appelle A' , B' , C' et I' les symétriques respectifs de A , B , C et I par rapport à l'axe (BU) .
- Quels sont le centre et le rayon du cercle (\mathcal{C}') symétrique du cercle (\mathcal{C}) par rapport à la droite (BU) ? Justifie ta réponse.
- Que remarques-tu pour le point B' ? Que se passe-t-il lorsque l'axe passe par le point I ? Comment l'expliquer ?
- Compare la mesure des angles des triangles ABC et $A'B'C'$. Tu pourras utiliser le rapporteur



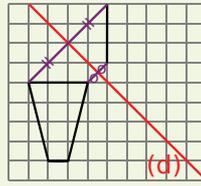
- Le point D est un point du cercle (\mathcal{C}) de sorte que l'angle \widehat{CAD} mesure 35° . On appelle D' le symétrique du point D par rapport à l'axe (BU) . Sans construire D' , Anis dit qu'il est possible de trouver la mesure de l'angle $\widehat{C'A'D'}$. Comment fait-il ?
- Énonce les grandeurs qui sont conservées lors d'une symétrie axiale.

Méthode 1 : Construire le symétrique dans un quadrillage

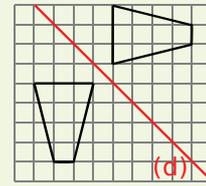
Exemple : Construis le symétrique de la figure par rapport à la droite (d).



Par pliage le long de la droite (d), la figure et son symétrique doivent se superposer.



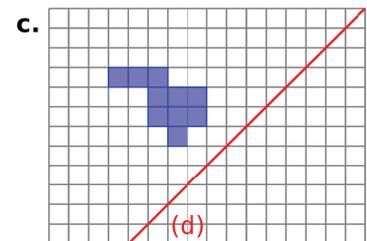
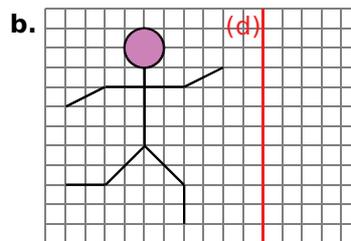
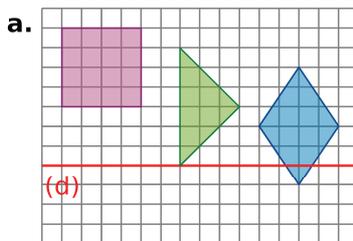
On construit les symétriques de chaque sommet du trapèze en se servant du quadrillage.



On relie les points pour former le trapèze symétrique.

Exercice « À toi de jouer »

1 Reproduis puis construis le symétrique de chaque figure par rapport à la droite (d).

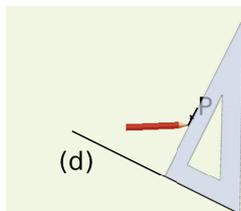


Méthode 2 : Construire le symétrique d'un point à l'équerre

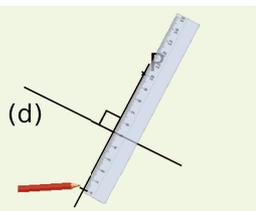
À connaître

Le **symétrique d'un point** P par rapport à une droite (d) est le point S tel que la droite (d) soit la médiatrice du segment [PS].

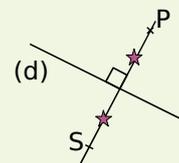
Exemple : Construis le point S, symétrique de P par rapport à la droite (d), en utilisant l'équerre.



On construit la droite perpendiculaire à la droite (d) passant par le point P.



On reporte la distance de P à (d) de l'autre côté de (d) sur cette perpendiculaire.



On obtient ainsi le point S tel que (d) soit la médiatrice de [PS].

Exercice « À toi de jouer »

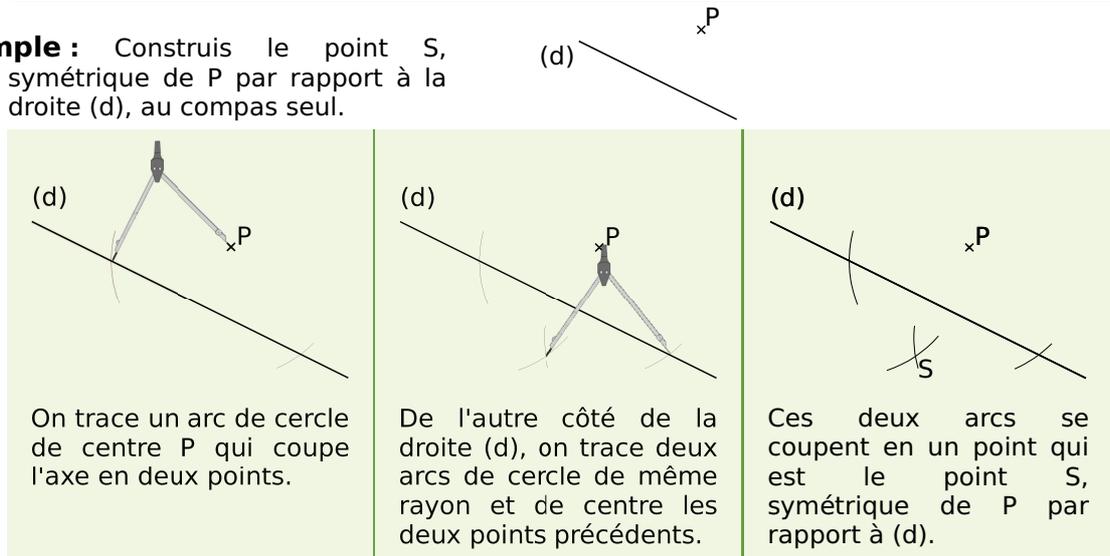
2 Trace deux droites sécantes (d') et (d'') puis place un point A qui n'appartient ni à (d'), ni à (d''). Construis les symétriques A' et A'' de A par rapport à (d') et à (d'').

Méthode 3 : Construire le symétrique d'un point au compas

À connaître

Si A et B sont symétriques par rapport à une droite (d) alors chaque point de la droite (d) est **équidistant** de A et de B.

Exemple : Construis le point S, symétrique de P par rapport à la droite (d), au compas seul.



Exercice « À toi de jouer »

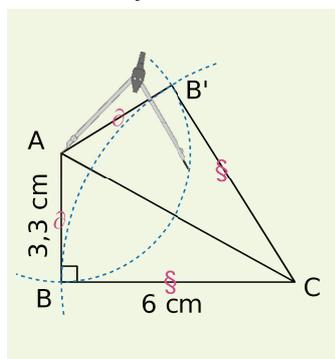
3 Construis un triangle ABC. Construis le point D, symétrique de B par rapport à (AC).

Méthode 4 : Utiliser les propriétés de la symétrie axiale

À connaître

La symétrie axiale conserve les **longueurs, l'alignement, les angles et les aires**.

Exemple : Soit un triangle ABC rectangle en B tel que $AB = 3,3$ cm et $BC = 6$ cm. Quelle est la nature du triangle $A'B'C'$ symétrique de ABC par rapport à la droite (AC) et quelle est son aire ? Justifie.



- A et C appartiennent à l'axe de symétrie, ils sont donc chacun leur propre symétrique. On appelle B' le symétrique de B par rapport à (AC).
- ABC est rectangle en B donc $\widehat{ABC} = 90^\circ$. Or la symétrie axiale conserve la mesure des angles donc $\widehat{A'B'C'} = 90^\circ$. $A'B'C'$ est un triangle rectangle en B' .
- La symétrie axiale conserve les longueurs donc $AB = AB' = 3,3$ cm et $CB = CB' = 6$ cm.

$$\mathcal{A}_{A'B'C'} = \mathcal{A}_{ABC} = \frac{6 \times 3,3}{2} = 9,9 \text{ cm}^2.$$

Exercice « À toi de jouer »

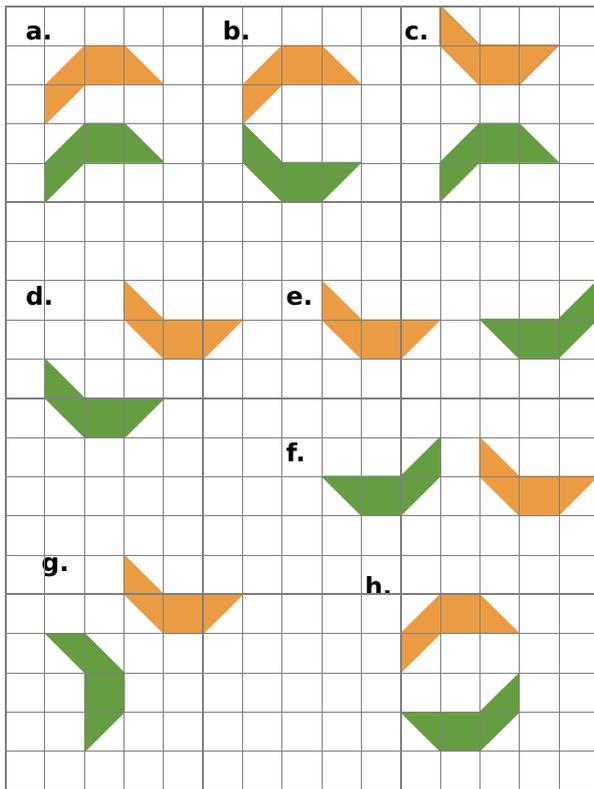
4 Trace une droite (d) et un point F qui n'est pas sur (d). Trace le cercle de centre F et de rayon 5 cm. Trace son symétrique par rapport à (d). Quel est son périmètre ?



Reconnaitre et dessiner

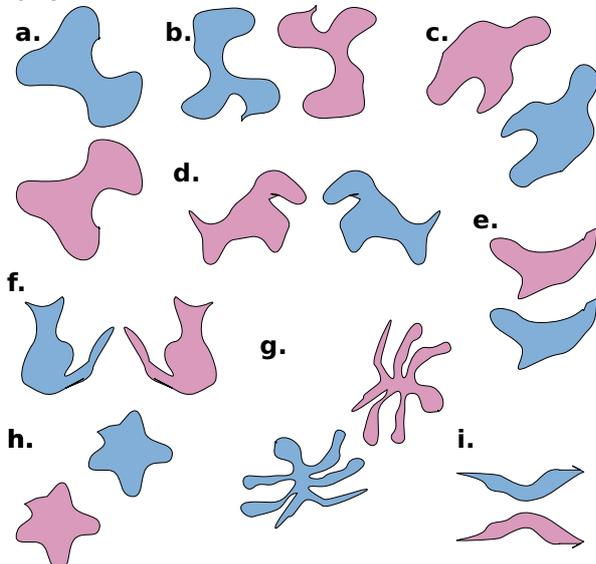
1 Figures symétriques ?

Dans chaque cas, indique si les figures verte et orange sont symétriques par rapport à une droite.



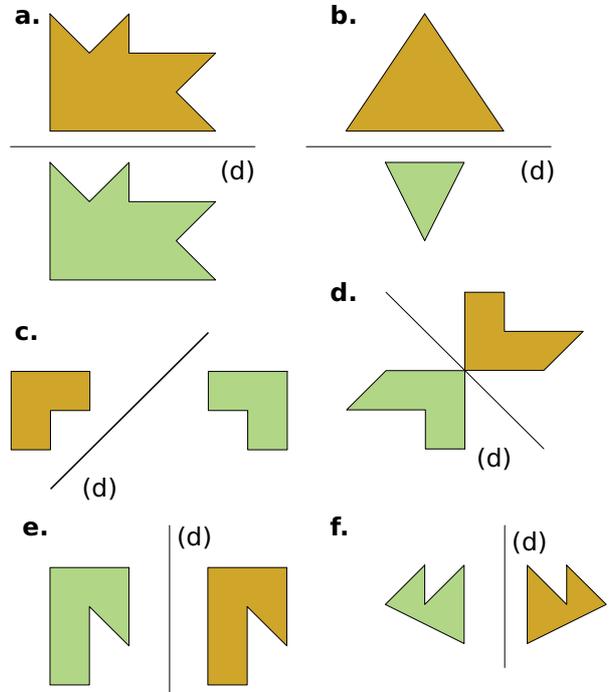
2 Figures symétriques ? (bis)

Dans chaque cas, indique si les figures mauve et bleue sont symétriques par rapport à une droite.



3 Erreurs à trouver

Pourquoi les figures ocre et verte ne sont-elles pas symétriques par rapport à la droite (d) ?



4 Figure à plier

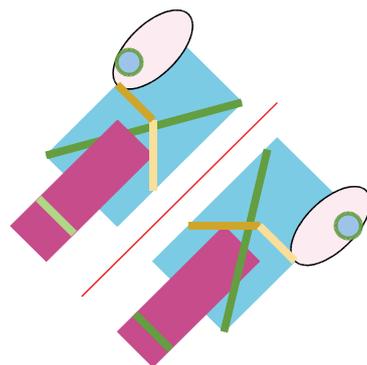
Sur du papier calque, trace une droite rouge. Cette droite partage ton calque en deux.

Dessine un motif en t'inspirant du dessin ci-contre sur la première moitié du calque, puis plie ton calque et complète ton dessin pour que ta figure soit symétrique par rapport à l'axe rouge.



5 Jeu des différences

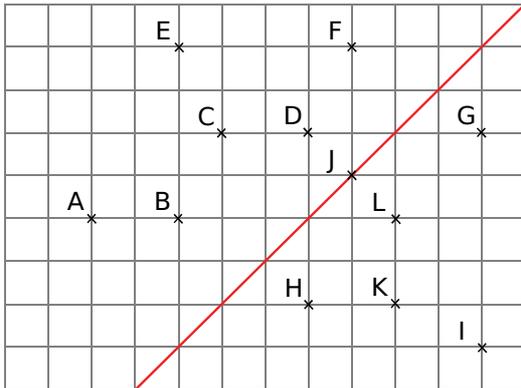
Retrouve les erreurs qui se sont glissées sur ces deux figures pour qu'elles soient parfaitement symétriques par rapport à la droite rouge.



Dans un quadrillage

6 Points symétriques

a. Sur la figure ci-dessous, cite les couples de points qui sont symétriques par rapport à l'axe rouge.

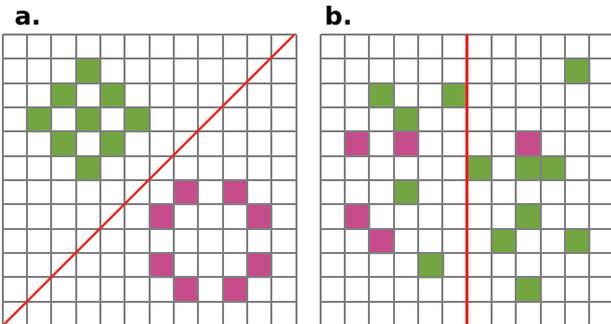


b. Fais trois phrases du type : « L'axe rouge est la médiatrice du segment... ».

c. Reproduis cette figure et complète-la pour que chaque point ait un symétrique.

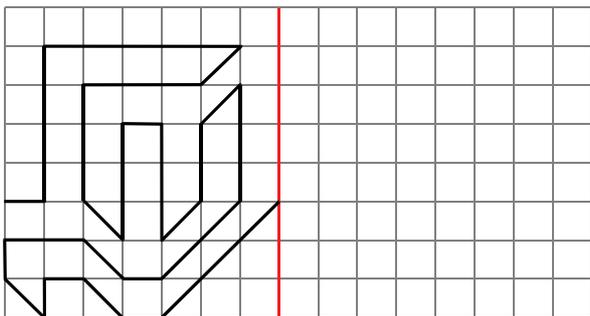
7 Cases croisées

Reproduis et colorie le minimum de cases pour que l'axe rouge soit un axe de symétrie.

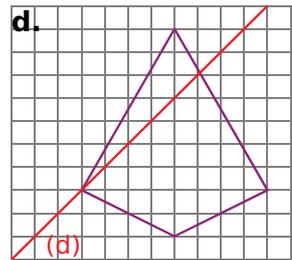
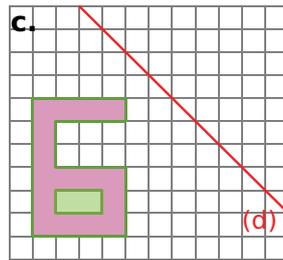
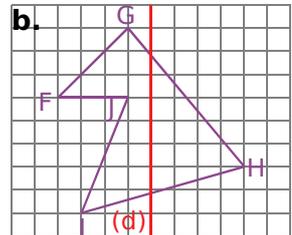
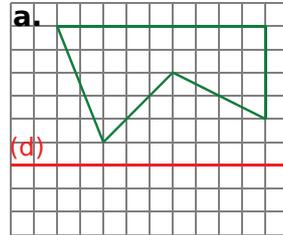


8 Frise

Reproduis la figure ci-dessous puis trace son symétrique par rapport à l'axe rouge. Continue en répétant au moins une autre fois le motif.



9 Reproduis puis trace le symétrique de chaque figure par rapport à (d).



Construire et expliquer

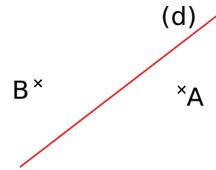
10 Symétrique d'un point

a. Reproduis une figure similaire à celle ci-contre.

b. Construis le symétrique par rapport à (d) du point :

- A à la règle et l'équerre ;
- B au compas.

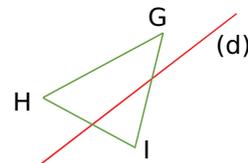
c. Soit H le point d'intersection de (AB) avec (d). Que dire de son symétrique par rapport à (d) ?



11 Symétrique d'un triangle

a. Reproduis une figure similaire à celle ci-contre.

b. Construis au compas le symétrique du triangle GHI par rapport à (d).



12 Symétrique d'un cercle

a. Trace un cercle \mathcal{C} de centre G et de rayon 5 cm. Place deux points A et B sur ce cercle non diamétralement opposés.

b. Trace le symétrique de \mathcal{C} par rapport à (AB).

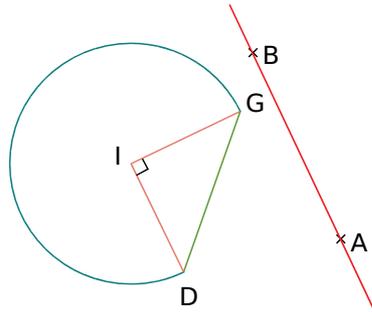
c. Par quels points passent les deux cercles ? Justifie.

d. Que se passe-t-il si A et B sont diamétralement opposés ?

13 Symétrie d'une figure

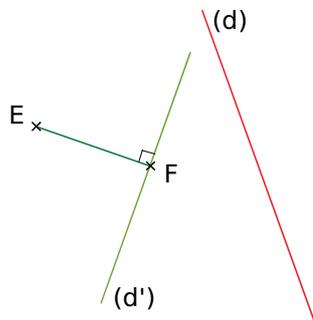
a. Reproduis une figure similaire à celle ci-contre.

b. À l'aide d'une règle et d'une équerre, trace le symétrique de cette figure par rapport à la droite (AB).



14 À propos des distances

a. Reproduis une figure similaire à celle ci-contre.



b. Trace le symétrique de [EF] par rapport à (d). On le note [E'F']. Que peux-tu dire de la longueur de [E'F'] ? Justifie.

c. Que peux-tu dire du symétrique de (d') par rapport à (d) ? Trace alors ce symétrique.

d. Que peux-tu dire du symétrique du cercle de diamètre [EF] par rapport à (d) ? Justifie.

15 À propos de l'alignement

a. Trace une droite (d). Place trois points A, B et C alignés qui n'appartiennent pas à (d).

b. Construis les points A', B' et C' symétriques respectifs de A, B et C par rapport à (d).

c. Que dire des points A', B' et C' ? Justifie.

16 À propos des milieux

a. Effectue le programme de construction.

- Trace un segment [KL] de longueur 7 cm.
- Place le point M sur [KL] tel que $LM = 2$ cm.
- Place le milieu I de [ML].
- Place le milieu J de [MK].
- Trace la droite (d), passant par M et perpendiculaire à (KL).
- Trace le symétrique I' de I par rapport à (d) et le symétrique J' de J par rapport à (d).

b. Calcule, en justifiant, la longueur du segment [I'J'].

17 À propos du périmètre

a. Trace un triangle ABC tel que $AB = 5$ cm, $AC = 6$ cm et $BC = 9$ cm sur une feuille blanche. Trace une droite (d) parallèle à (BC).

b. Trace au compas le symétrique du triangle ABC par rapport à (d). On le note A'B'C'.

c. Quel est le périmètre du triangle A'B'C' ? Justifie.

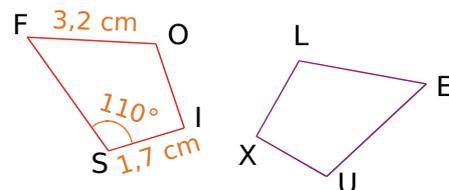
18 À propos de l'aire

Soit un rectangle d'aire 12 cm^2 et son symétrique par rapport à une droite.

Quelles sont les longueurs possibles, en nombre entier de centimètres, des côtés du rectangle symétrique ?

19 Sans axe

Les deux figures ci-dessous sont symétriques par rapport à une droite.



a. Reproduis et complète le tableau suivant.

Point	F	O	I	S
Symétrique				

Tu justifieras ensuite chaque réponse.

b. Quelle est la longueur du segment [LE] ?

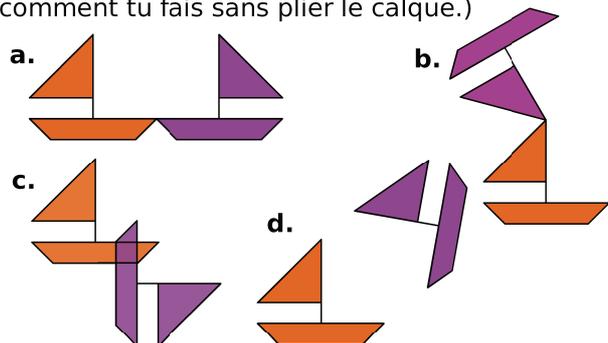
c. Quelle autre longueur peux-tu déterminer ?

d. Quelle est la mesure de l'angle \widehat{XUE} ?

e. Écris deux autres égalités de mesure d'angles.

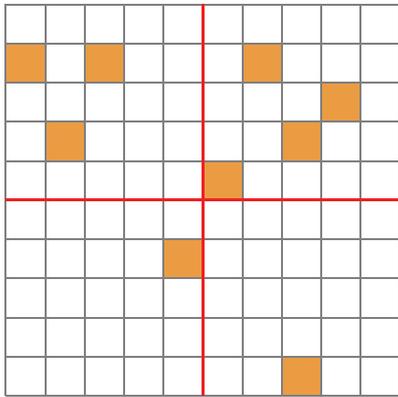
20 À la recherche de l'axe

Dans chaque cas, décalque les deux figures puis trace l'axe de symétrie. (Tu expliqueras comment tu fais sans plier le calque.)



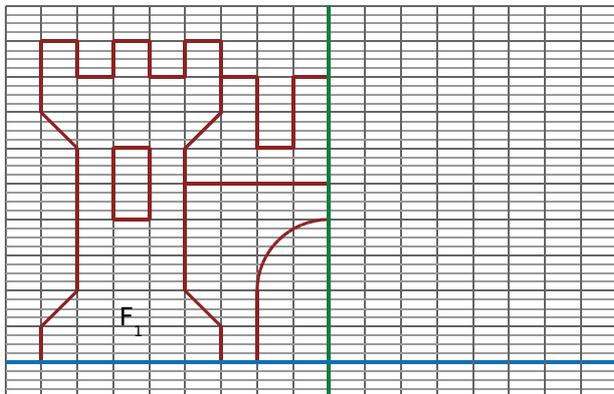
21 Coloriage

Reproduis et colorie le minimum de cases pour que la figure obtenue soit symétrique par rapport aux deux axes rouges.



22 Château-fort

Reproduis la figure F_1 sur ton cahier puis construis le symétrique F_2 de cette figure par rapport à la droite verte puis le symétrique F_3 de la figure F_2 par rapport à la droite bleue.



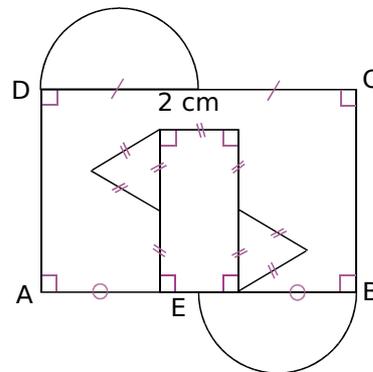
23 Une nouvelle construction

- Trace à main levée une droite (d) puis place deux points M et N sur (d) et un point B n'appartenant pas à (d) .
- Place, toujours à main levée, le point B' symétrique de B par rapport à (d) .
- Que peux-tu dire de MB et MB' ? Justifie ta réponse et code la figure.
- Que peux-tu dire de NB et NB' ? Justifie ta réponse et code la figure.
- Déduis-en une méthode de construction du point B' avec tes instruments de géométrie.
- Trace la figure avec tes instruments de géométrie.

24 Histoire de rectangles

- Construis un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 7$ cm et $AD = 4,6$ cm.
- Place le point E de $[AB]$ tel que $AE = 5$ cm et le point F de $[AD]$ tel que $AF = 4$ cm.
- Construis le symétrique $A'B'C'D'$ de $ABCD$ par rapport à l'axe (EF) .
- Calcule l'aire du quadrilatère $A'B'C'D'$. Justifie ta réponse.

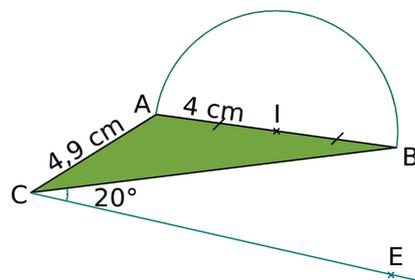
25 Sur feuille blanche



- Reproduis le dessin ci-dessus, avec $AB = 8$ cm, $AD = 5$ cm et contenant de deux demi-cercles. Le point E est le milieu de $[AB]$.
- Construis le symétrique de cette figure par rapport à la droite (BC) .
- Calcule le périmètre extérieur de la figure symétrique. Justifie. Tu donneras une valeur approchée par excès au millimètre près.

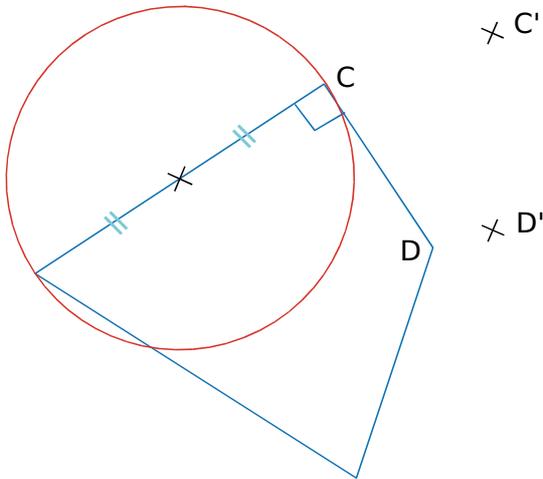
26 Programme à écrire

On considère la figure constituée du triangle ABC et du demi-cercle de diamètre $[AB]$.



- Écris un programme de construction du symétrique de cette figure par rapport à un axe sachant que B et E sont symétriques et que l'axe passe par le point C .
- Reproduis cette figure et son symétrique sans tracer l'axe de symétrie.
- Trace et indique la position de l'axe de symétrie.

27 L'axe invisible



Sur la figure ci-dessus, les points C' et D' sont les symétriques respectifs des points C et D par rapport à un axe invisible.

- Mesure puis reproduis le segment $[C'D']$ sur ton cahier.
- En prenant les mesures nécessaires sur la figure, construis les symétriques du cercle orange et du quadrilatère bleu.

28 Mandala

- Trace un cercle de rayon 6 cm. Trace deux diamètres perpendiculaires, ils coupent le cercle en quatre points. Trace les axes de symétrie de cette figure, ils coupent le cercle en quatre autres points.
- Quel polygone obtiens-tu en reliant tous ces sommets ? Combien a-t-il d'axes de symétrie ? Trace-les tous.
- Poursuis en traçant un cercle de rayon 3 cm de même centre que celui de 6 cm. Reproduis le motif comme indiqué sur la figure 1 puis termine la construction et le coloriage en faisant des symétries successives par rapport aux axes (voir figure 2).

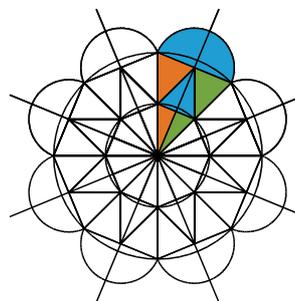


figure 1

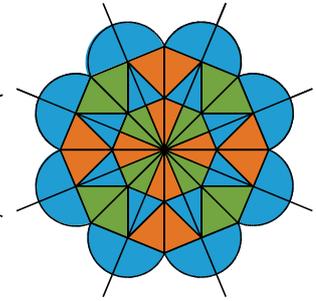


figure 2

Travailler en groupe

Plusieurs symétries de suite...

Que se passe-t-il lorsqu'on fait subir à une figure plusieurs symétries axiales, l'une à la suite de l'autre ?

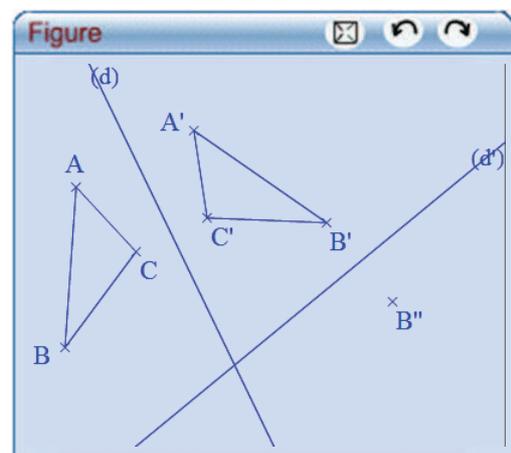
Par exemple, on construit d'abord le symétrique d'une figure par rapport à un axe (d) . On obtient une nouvelle figure, et on construit le symétrique de cette nouvelle figure par rapport à une autre droite (d') .

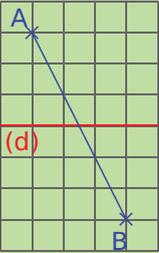
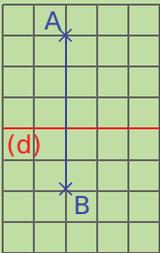
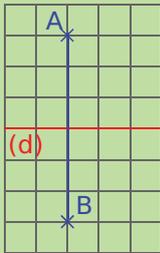
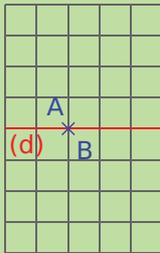
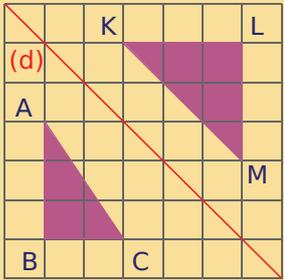
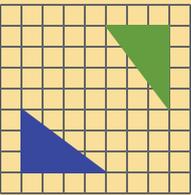
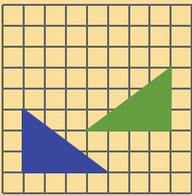
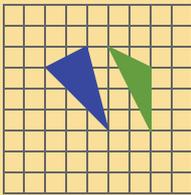
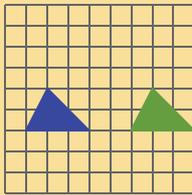
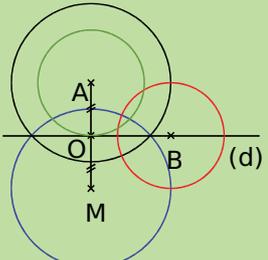
Pour répondre à cette question, répartissez votre groupe en deux sous-groupes. Le premier travaillera avec papier, crayon et instruments de géométrie. L'autre utilisera un logiciel de géométrie dynamique comme TracenPoche.

L'objectif de ce travail est de pouvoir répondre plus précisément aux différentes questions suivantes.

- Que se passe-t-il si (d) et (d') sont parallèles ?

- Que se passe-t-il si (d) et (d') sont sécantes et non perpendiculaires en un point O ?
- Que se passe-t-il si (d) et (d') sont perpendiculaires ?



		R1	R2	R3	R4
1	Le symétrique d'une droite par rapport à une droite est ...	une droite parallèle	une droite perpendiculaire à cette droite	une droite	une droite de même longueur
2	Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite passant par son centre...	est un cercle	est le cercle lui-même	n'existe pas	est un cercle de même rayon
3	Sur quelle(s) figure(s) les points A et B sont-ils symétriques par rapport à (d) ?				
4		A et K sont symétriques par rapport à (d)	C est le symétrique de M par rapport à (d)	ABC et KLM sont symétriques par rapport à (d)	KL = AB
5	Le carré ABCD de côté 5 cm a pour symétrique A'B'C'D' donc ...	A'B'C'D' est un carré	A'B'C'D' a une aire de 25 cm ²	A'B'C'D' a un périmètre de 10 cm	AC = A'C'
6	Dans quel(s) cas les triangles sont-ils symétriques par rapport à un axe ?				
7		Les cercles noirs et rouges sont symétriques par rapport à (d)	Le cercle rouge est son propre symétrique par rapport à (d)	Les cercles vert et rouge sont symétriques par rapport à (d)	Les cercles bleu et noir sont symétriques par rapport à (d)

Récréation mathématique

Optimisation de trajectoire

Dans un jeu vidéo, tu dois diriger ton héros mais les déplacements sont très longs. Ta mission est de partir de la ville V, de passer remplir ta gourde à la rivière et ensuite de rejoindre l'entrée du donjon D. Trace le trajet le plus court pour effectuer ta mission. (Indication : la distance la plus courte entre deux points reste la ligne droite.)
Ci-contre la carte qui t'est donnée.

