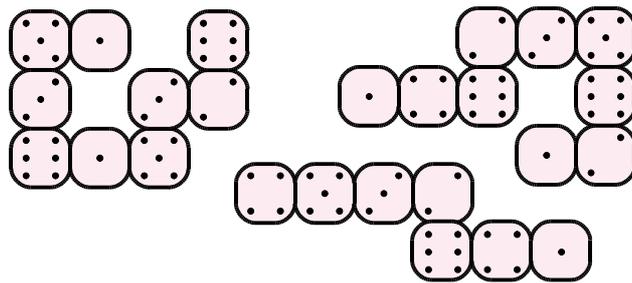


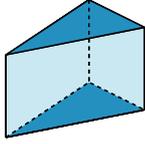
## Narration de recherche



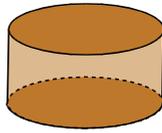
Voici trois traces de dés à six faces qui roulent sans glisser en imprimant sur le papier les nombres écrits sur leurs faces. Deux de ces traces ne sont pas celles d'un dé à jouer normal (c'est-à-dire dont la somme des valeurs des faces opposées vaut toujours 7). Retrouve-les !

## Activité 1 : Un p'tit tour dans l'Espace !

### 1. Quelques représentations



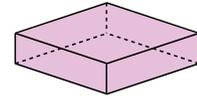
objet 1



objet 2



objet 3

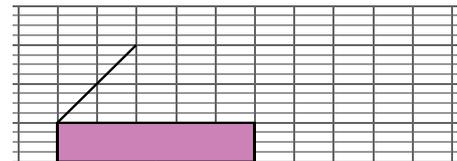


objet 4

- À quels objets de la vie courante te font penser les objets ci-dessus ?
- Pourquoi y a-t-il des traits en pointillés ?
- Pour les *objets 1* et *4*, indique le nombre de **faces**, d'**arêtes** et de **sommets**.
- Pour chaque objet, dessine à main levée une représentation possible de la vue de dessus.
- Dans la réalité, les faces de l'*objet 4* sont des rectangles. Qu'en est-il dans sa représentation ci-dessus ?

### 2. Perspective cavalière

- Plusieurs perspectives existent. Celle de l'*objet 1* est appelée perspective dimétrique. On veut le représenter en **perspective cavalière** dont une particularité est d'avoir une face en vraie grandeur. On a commencé son tracé. Reproduis-le et complète-le en utilisant le quadrillage.



- Représente maintenant un cube en perspective cavalière en prenant trois carreaux pour côté du carré en vraie grandeur.

## Activité 2 : De l'enveloppe au cube

### 1. Préparation de l'enveloppe

- Cachète une enveloppe standard de format 11 cm × 22 cm et plie-la en deux de façon à obtenir un carré (figure 1).
- Repère le centre d'un carré au crayon (figure 2).
- Ramène les sommets du carré vers le centre en marquant bien les plis des deux côtés (figures 3 et 4). Déplie, tu dois obtenir la figure 5.



figure 1



figure 2

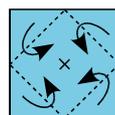


figure 3

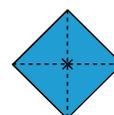


figure 4



figure 5

### 2. Abracadabra !

- Découpe le haut de l'enveloppe pour l'ouvrir (figure 5). En ouvrant l'enveloppe, tu dois voir apparaître un cube !
- Colle cette enveloppe dans une double page de ton cahier de façon à ce que le cube se reforme quand tu ouvres ton cahier au niveau de cette double page.

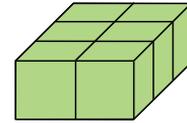
## Activité 3 : La chasse aux cubes

### 1. Pour commencer...

Julien dispose d'un jeu de cubes tels que celui-ci :



En assemblant six de ces cubes, il obtient un nouveau solide :



- Comment s'appelle ce solide ?
- Combien a-t-il de faces ? Donne la nature de chaque face. Combien y en a-t-il de différentes tailles ? Dessine chacune d'elles en vraie grandeur sachant que l'arête du petit cube est 1 cm.
- Dessine ce solide en perspective cavalière et colorie deux de ses faces parallèles. Au total, combien y a-t-il de paires de faces parallèles ?

### 2. Un peu plus dur..

- Avec huit cubes, combien peut-on construire de **pavés droits** différents ?
- Dessine en perspective cavalière et à main levée tous les solides obtenus. (Tu pourras t'aider de papier pointé.) Est-ce que certains sont « plus particuliers » que d'autres ?
- Quel(s) est (sont) celui (ceux) qui a (ont) la plus grande arête ? La plus petite arête ?
- Quel(s) est (sont) celui (ceux) qui a (ont) la plus grande face ? La plus petite face ?
- Ont-ils tous le même nombre de sommets ?

## Activité 4 : Patron du pavé droit

### 1. Dimensions de la boîte

Gilles a sous les yeux une boîte qu'il voudrait reconstruire à l'identique, en papier. Cette boîte a la forme d'un pavé droit.

- Il mesure les côtés d'une face et trouve 2,5 cm et 3,5 cm. Reproduis cette face en grandeur réelle sur ton cahier.
- Il mesure une autre face et constate qu'elle a la même largeur que la première et qu'elle est deux fois plus longue. Reproduis cette seconde face.
- Malheureusement, il n'a pas le temps de prendre d'autres mesures et doit rentrer chez lui. Avec ce qu'il a pu mesurer, a-t-il toutes les informations pour reconstruire la boîte ? Si oui, donne les dimensions de la troisième face et reproduis-la.

### 2. Vers le patron

- Construis un **patron** possible de ce pavé droit. Y a-t-il plusieurs possibilités ?
- Découpe et assemble le patron.

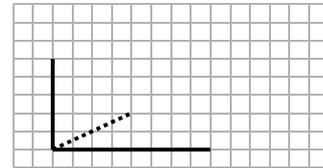
### 3. Emballer c'est peser

- On utilise du ruban pour ficeler cette boîte. Sachant qu'il faut 9 cm pour le nœud, quelle est la longueur de ruban nécessaire ?
- Il y a deux autres façons de la ficeler. Pour chacune, fais un schéma et calcule la longueur de ruban nécessaire.
- Quelle est la méthode qui nécessite le moins de ruban ?



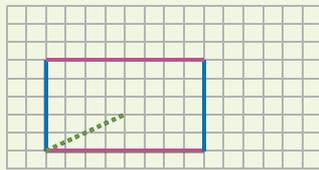
## Méthode 1 : Compléter la représentation en perspective cavalière d'un pavé droit

**Exemple :** Complète la représentation en perspective cavalière du pavé droit ci-contre.

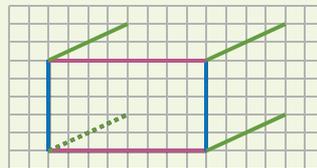


Les arêtes visibles de face sont à tracer en trait plein, et les arêtes qui ne sont pas visibles de face sont à tracer en pointillés. La figure donnée représente donc le sommet avant inférieur gauche du pavé à compléter.

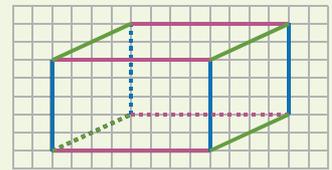
On commence par la face avant, en vraie grandeur.



On trace les arêtes transversales, parallèles et de même longueur, mais pas en vraie grandeur.

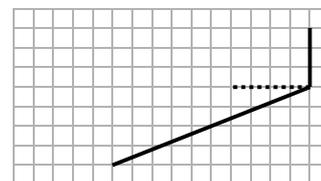
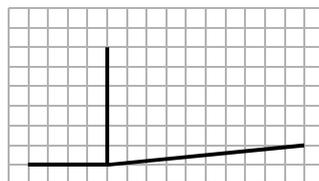


On finit par la face arrière, en vraie grandeur.



### Exercice « À toi de jouer »

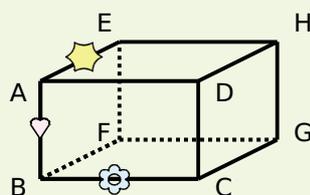
1 Complète les représentations en perspective cavalière des deux pavés ci-dessous.



## Méthode 2 : Construire un patron d'un pavé droit

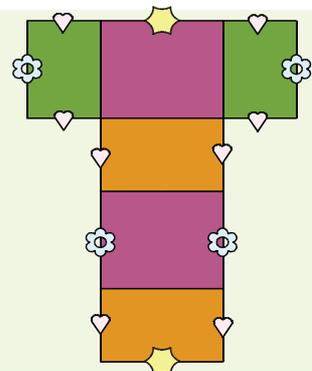
**Exemple :** Construis un patron d'un pavé droit ABCDEFGH tel que  $AB = 3$  cm,  $AD = 4$  cm et  $AE = 5$  cm.

Un pavé droit comprend trois paires de faces rectangulaires parallèles et de mêmes dimensions.



- Les faces **ABCD** et **EFGH** mesurent 3 cm par 4 cm ;
- Les faces **AEHD** et **BFGC** mesurent 4 cm par 5 cm ;
- Les faces **ABFE** et **DCGH** mesurent 3 cm par 5 cm.

Pour obtenir le patron, on peut les disposer « en T ».

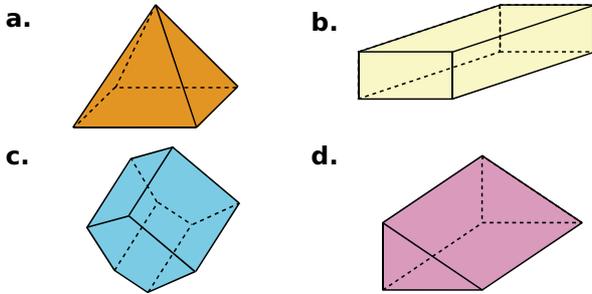


### Exercices « À toi de jouer »

- 2 Construis un patron d'un pavé droit de dimensions 4,5 cm ; 6,2 cm et 3 cm.
- 3 Construis un patron d'un cube de côté 6,5 cm.

## Perspective cavalière

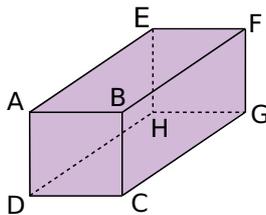
### 1 Solides en vrac



Pour chacun des solides, donne le nombre de sommets, d'arêtes et de faces.

### 2 Parallélépipède rectangle

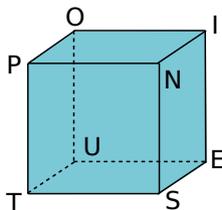
Voici la représentation en perspective cavalière d'un parallélépipède rectangle ABCDEFGH.



- Donne deux autres noms possibles pour ce pavé droit.
- Combien a-t-il de sommets ? Nomme-les.
- Donne le nombre de faces puis nomme-les.
- Combien d'arêtes a-t-il ? Nomme-les.
- Nomme les arêtes qui ne sont pas visibles.

### 3 Avec un cube

Soit le cube POINTUES représenté ci-dessous.



- Donne le nombre de sommets, le nombre d'arêtes et le nombre de faces de ce cube.
- Quelle est la nature de la face PNST ?
- Quelle est la nature de la face POIN ?
- Quelles sont les faces cachées du cube ?

### 4 Avec un cube (bis)

La représentation en perspective cavalière du cube POINTUES est à l'exercice 3.

- Nomme la (ou les) face(s) parallèle(s) à la face POIN.
- Nomme la (ou les) face(s) perpendiculaire(s) à la face PNST.
- Cite toutes les arêtes de même longueur que l'arête [PO].
- Combien d'arêtes ne sont pas visibles ? Nomme-les.
- Si on pose ce cube sur la face NIES, les faces POIN et OUEI étant visibles, quelles sont alors les faces cachées de ce cube ?

### 5 Longueurs

Soit le pavé droit ABRICOTS tel que  $AB = 3\text{ cm}$ ,  $BR = 4\text{ cm}$  et  $AC = 6\text{ cm}$ .

- Fais, à main levée, une représentation en perspective cavalière de ce pavé droit. Code les arêtes de même longueur sur ton dessin.
- Recopie et complète le tableau.

Arêtes	[IR]	[BO]	[CS]	[RT]	[CO]	[OT]
Longueur (en cm)						

- Trace en vraie grandeur les faces ABRI et ABOC.
- En utilisant la figure précédente, donne une valeur approchée de la longueur BC.

### 6 Vrai / Faux

On considère le pavé droit de l'exercice 2. Pour chaque affirmation, indique si elle est vraie ou fausse.

- Les faces ABCD et EFGH sont parallèles.
- La face ABCD est un carré.
- L'angle  $\widehat{GHD}$  mesure  $120^\circ$  environ.
- ABC est un triangle rectangle et isocèle en B.
- L'angle  $\widehat{BEF}$  mesure moins de  $90^\circ$ .
- L'angle  $\widehat{ABF}$  est un angle droit.
- Les arêtes [AB] et [BF] sont parallèles.
- Les arêtes [EH] et [BF] sont sécantes.
- Les arêtes [CG] et [FG] ne sont pas perpendiculaires.
- La face ADHE est un rectangle.

## 7 Perspective et pavé droit

Un parallélépipède rectangle a pour dimensions 2 cm ; 4,5 cm et 5,5 cm.

- Réalise à main levée une représentation possible de ce pavé droit en perspective cavalière puis code ton dessin.
- Construis, à l'aide des instruments de géométrie, une représentation en perspective cavalière de ce pavé droit.

## 8 Perspective et cube

Un cube a une arête de 5 cm.

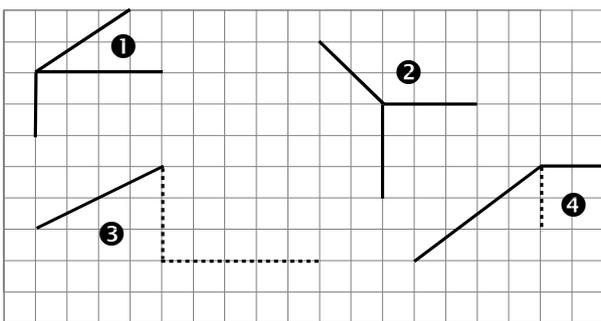
- À main levée, dessine ce cube en perspective cavalière puis code ton dessin.
- Construis, sur papier quadrillé, une représentation en perspective cavalière de ce cube.

9 On empile deux cubes identiques d'arête 2 cm l'un sur l'autre.

- Décris le solide obtenu et donne ses dimensions.
- Représente ce solide en perspective cavalière sur papier quadrillé.

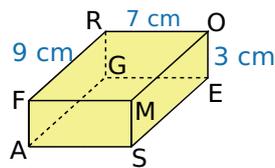
## 10 Perspective sur quadrillage

Reproduis puis complète les dessins suivants pour obtenir des représentations en perspective cavalière d'un pavé droit.



## 11 Araignée

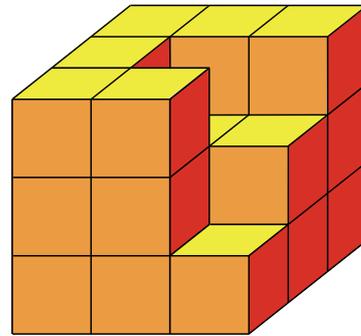
Une araignée part du sommet F pour aller au sommet E. Elle ne marche que sur les arêtes de ce pavé droit.



- Quel est le chemin le plus court ? Y a-t-il plusieurs possibilités ? Si oui, donne-les toutes.
- Calcule la longueur de ce chemin.

## 12 Empilements

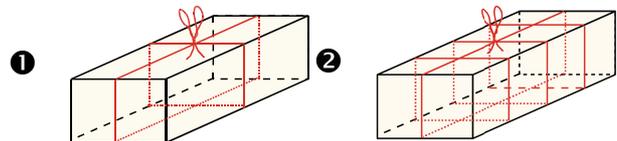
Le solide ci-dessous est composé de cubes ayant pour arête 3 cm. La face du bas, la face arrière et la face de gauche sont des carrés.



- Combien de cubes faudrait-il ajouter pour obtenir un cube d'arête 9 cm ?
- Combien de cubes contient ce solide ?
- Dessine en vraie grandeur la face de dessus et la face de droite.

## 13 Paquets

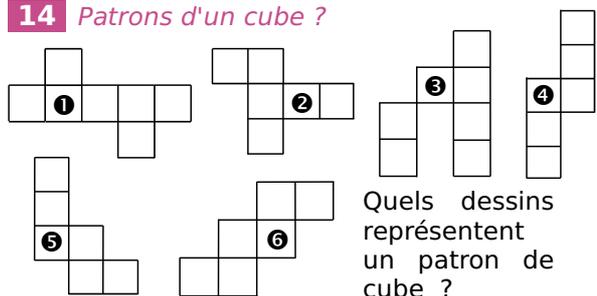
Mandy veut ficeler des paquets de dimensions 20 cm, 15 cm et 50 cm. Elle a besoin de 25 cm par paquet pour faire le nœud. Mandy possède deux pelotes de ficelle de 95 m chacune.



- Pour chaque paquet, donne la longueur en mètres de ficelle utilisée par Mandy.
- Combien de paquets 1 pourra-t-elle ficeler avec une pelote ?
- Combien de paquets 2 pourra-t-elle ficeler avec deux pelotes ?

## Patrons

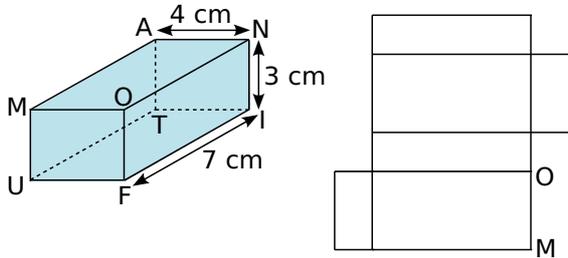
### 14 Patrons d'un cube ?



Quels dessins représentent un patron de cube ?

## 15 Patron et pavé

Soit une représentation en perspective cavalière et un patron d'un pavé droit.

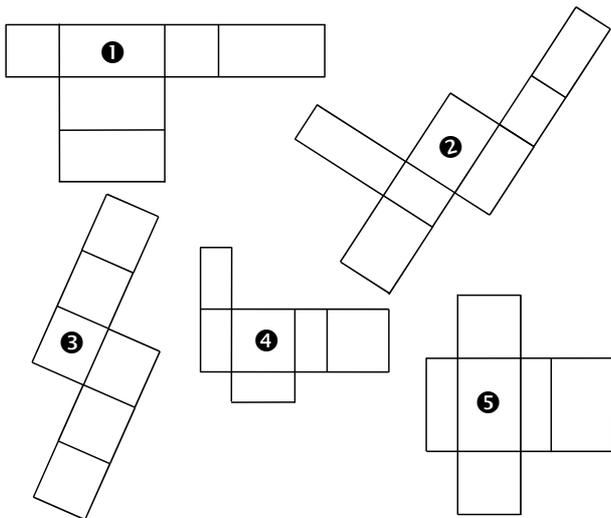


a. Reproduis, à main levée, le patron du pavé droit ; complète le nom des sommets et code les égalités de longueurs.

b. Trace ce patron en vraie grandeur.

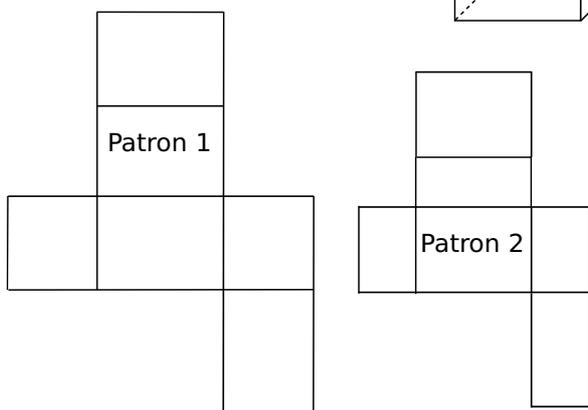
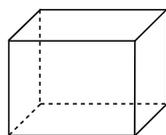
## 16 Patrons d'un pavé ?

Quels dessins représentent un patron de pavé droit ? Justifie.

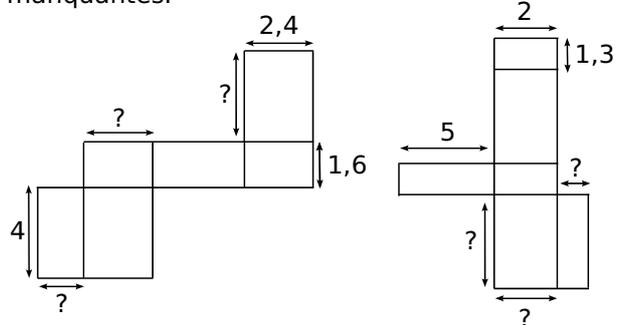


## 17 Au choix

Associe ce pavé droit à son patron. Justifie.

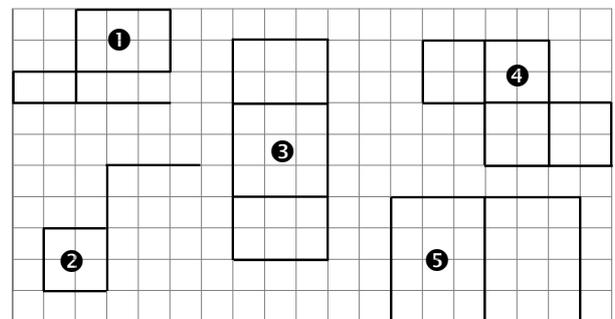


18 Reproduis, à main levée, chaque patron de pavé droit en complétant les longueurs manquantes.



## 19 Patrons en vrac

Recopie puis complète chaque patron de pavé droit.



20 Trace un patron des solides dont les dimensions sont dans les tableaux ci-dessous.

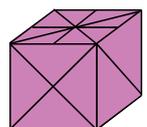
a.

Pavé droit	Longueur	Largeur	Hauteur
1	4,5 cm	2 cm	6 cm
2	27 mm	1,5 cm	42 mm
3	5,3 cm	25 mm	74 mm

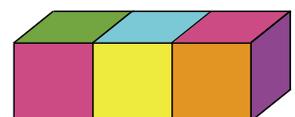
b.

Cube	Longueur de l'arête
4	4,5 cm
5	56 mm

21 Réalise un patron de ce cube d'arête 3,6 cm sachant que les motifs sur deux faces opposées sont identiques.



22 Réalise un patron de ce pavé droit composé de trois cubes identiques d'arête 2 cm en respectant les couleurs.



# Exercices d'approfondissement

## 23 Visible ou caché ?

La figure ci-contre représente les huit sommets d'un pavé droit. Reproduis deux figures similaires puis complète-les de façon à ce que les quatre points marqués en rouge forment :

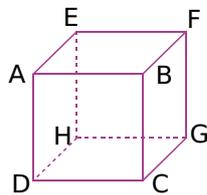
- a. la face de devant sur la première figure ;

- b. la face de derrière sur la deuxième figure.

## 24 Triangles particuliers

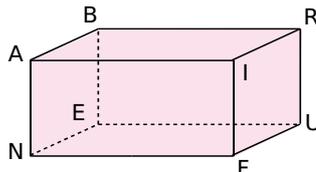
On a représenté ci-contre un cube d'arête 4,5 cm.

- a. Quelle est dans la réalité la nature du triangle BFG ? Justifie.
- b. Quelle est dans la réalité la nature du triangle GBD ? Justifie.
- c. Construis ces deux triangles en vraie grandeur.



## 25 Triangles particuliers (bis)

ABRINEUF est un pavé droit représenté ci-après en perspective cavalière. On donne  $BR = 7$  cm et  $AN = AB = 4$  cm.



- a. Quelle est dans la réalité la nature :
- du triangle ABI ?
  - du triangle BIN ?
- Justifie tes réponses.
- b. Construis ces deux triangles en vraie grandeur.

## 26 Se méfier des apparences

On considère le parallélépipède rectangle de l'exercice 25.

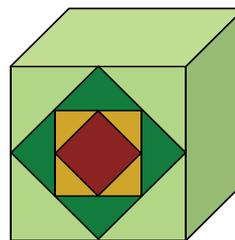
- a. Nomme deux arêtes qui sont perpendiculaires dans la réalité, mais pas sur le dessin.
- b. Peux-tu répondre à la même question en remplaçant le mot « perpendiculaires » par « parallèles » ?

## 27 Vrai ou faux ?

On considère le parallélépipède rectangle de l'exercice 25.

- a. Que peux-tu dire :
- des droites (AN) et (AI) ?
  - des droites (AB) et (AI) ?
- b. Que penses-tu alors de l'affirmation : « Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles. » ?

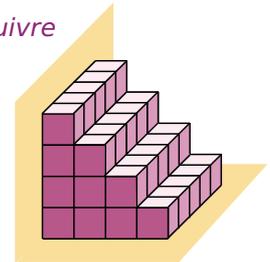
## 28 Belle perspective



- a. Reproduis le cube ci-contre en perspective cavalière sur papier quadrillé.
- b. Reproduis sur chaque face visible le motif figurant sur la face de devant.

## 29 La bonne marche à suivre

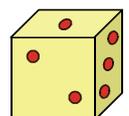
En collant des blocs cubiques identiques de 40 cm d'arête, on a construit un escalier comprenant quatre marches. Cet escalier doit ensuite être verni.



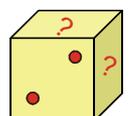
- a. Combien de cubes constituent l'escalier ?
- b. Combien de faces carrées vont être vernies, sachant qu'on ne vernit pas la partie en contact avec le sol ou avec le mur ?
- c. Un pot de 1 L de vernis couvre  $15 \text{ m}^2$ . Combien faudra-t-il de pots pour passer deux couches sur l'escalier ?
- d. Calcule le nombre de cubes nécessaires à la fabrication d'un escalier semblable mais comprenant 100 marches.

## 30 Des dés

Sur un dé à jouer, la somme des nombres de points inscrits sur deux faces opposées est égale à 7.



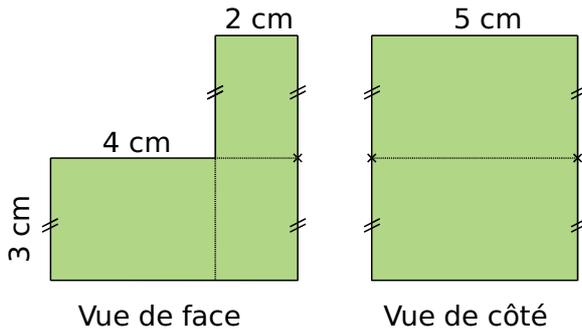
- a. Construis un patron du dé ci-dessus puis marque les points sur chaque face.
- b. Sachant que le dé est à présent posé sur la face à trois points, combien de points comporte la face du dessus ? Et la face de droite ?



## 31 Patron

On donne ci-dessous la vue de face et la vue de côté d'un solide composé de deux parallélépipèdes rectangles accolés.

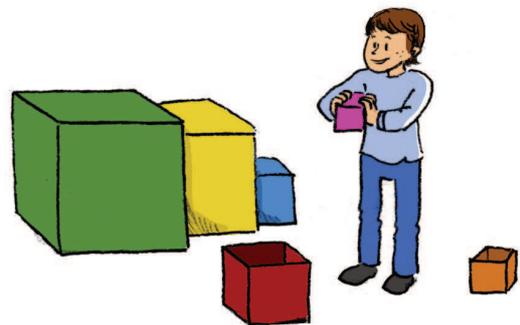
- Donne les dimensions de chaque parallélépipède rectangle.
- Fais un patron de chacun d'entre eux.



## 32 Un solide peut en cacher un autre

On considère un cube de 5 cm d'arête.

- Sur papier quadrillé, trace une représentation en perspective cavalière de ce cube puis marque les milieux des arêtes de la face de « dessus » et de la face de « dessous ».
- Décris le solide obtenu en reliant les huit points que tu as marqués. Fais-en un patron.
- Que se passe-t-il si on recommence le processus ?



## Travailler en groupe

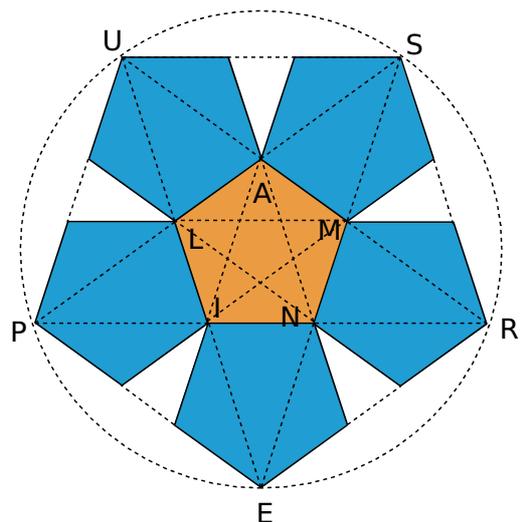
### Solides de Platon

#### 1<sup>re</sup> Partie : Recherche

- Recherchez dans un dictionnaire, une encyclopédie ou sur internet, des informations sur les solides de Platon.
- Quelles sont leurs caractéristiques (nombre de sommets, d'arêtes et de faces) ?
- Quels éléments essentiels représentent-ils ?
- Trouvez les patrons de ces solides.

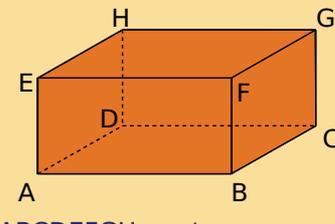
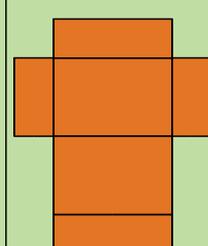
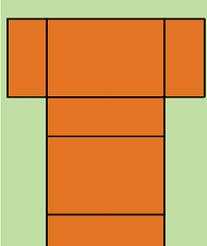
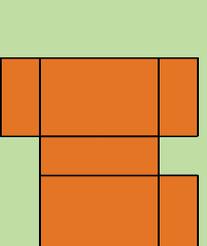
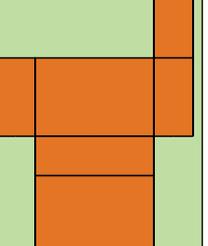
#### 2<sup>e</sup> Partie : Dodécaèdre

- Sur du papier assez épais (papier à dessin par exemple), chacun trace un pentagone régulier SUPER.
- Tracez l'étoile à cinq branches SPRUE.
- Au centre de l'étoile, on voit apparaître un petit pentagone, appelez-le MALIN.
- Tracez ses diagonales et prolongez-les jusqu'à ce qu'elles coupent les côtés du pentagone SUPER. Vous obtenez un demi-patron de dodécaèdre. Assemblez-en deux pour former un dodécaèdre entier.



#### 3<sup>e</sup> Partie : Autres solides

- Répartissez-vous le travail dans le groupe pour réaliser les patrons des autres solides de Platon.
- Préparez avec toutes ces informations un panneau ou un diaporama.

		R1	R2	R3	R4	
1		[HD] est une arête	[EF] est une arête	[BG] est une arête	[AG] est une arête	
2		La longueur EA sur la figure est en vraie grandeur	La longueur FG sur la figure est en vraie grandeur	La longueur FC sur la figure est en vraie grandeur	La longueur HC sur la figure est en vraie grandeur	
3		Les faces ABCD et AEFB sont parallèles	Les faces ABCD et EFGH sont parallèles	Les faces EADH et FBCG sont parallèles	Les faces EADH et EFGH sont parallèles	
4		$AB = EF = HG$	$FG = EF$	$EH = AD = HG$	$HD = EA = FB$	
5		ABCDEFGH est un pavé droit.	(AD) est perpendiculaire à (AB)	(AD) et (BC) sont parallèles	(AD) et (DC) sont parallèles	(AD) est perpendiculaire à (HD)
6			FBC est équilatéral	FHE est isocèle en F	BCD est quelconque	FBC est rectangle en B
7	ABCDEFGH a pour patron(s) possible(s)...					
8	Trouve les affirmations vraies.	Un cube est un pavé particulier	Un pavé est un cube particulier	Toutes les arêtes du cube ont la même longueur	Les pavés ont autant de sommets que de faces	

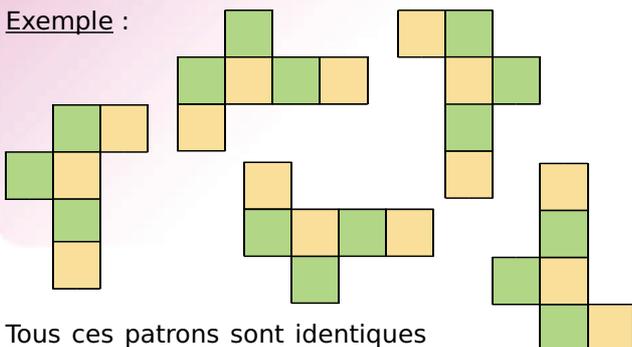
Récréation mathématique

Patrons du cube

Dessine tous les différents patrons d'un cube. Combien y en a-t-il ?

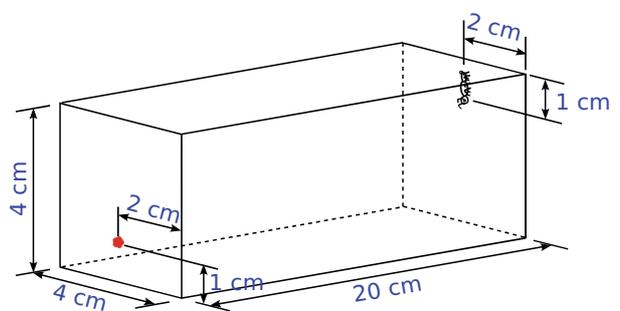
Attention : Deux patrons superposables ne comptent que pour un seul.

Exemple :



Tous ces patrons sont identiques à un retournement près.

La fourmi gourmande



Une fourmi se trouve sur une face carrée d'une boîte qui a la forme d'un parallélépipède rectangle. Une goutte de confiture se trouve sur la face carrée opposée. La fourmi veut manger la confiture. Aide-la à trouver le plus court chemin (inférieur à 24 cm).