

Narration de recherche

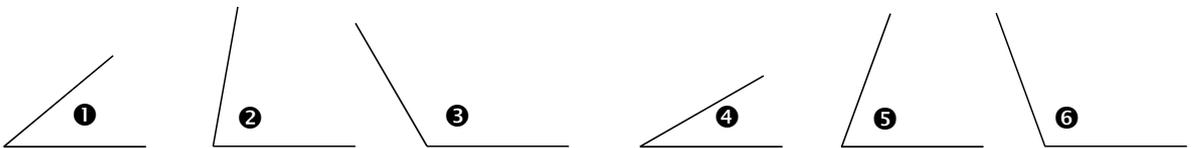
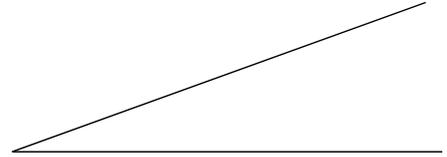
Comment pourrais-tu faire pour construire un triangle ABC si tu connais seulement :

- la mesure de deux angles : $ABC = 40^\circ$ et $ACB = 110^\circ$;
- le périmètre du triangle ABC : $P = 15 \text{ cm}$?

Activité 1 : Mesure d'angles en degrés

1. Première approche de la mesure d'un angle

- a. Décalque l'**angle** ci-contre et découpe-le pour l'utiliser comme **gabarit**. On prend la mesure de cet angle pour unité.
- b. Utilise le gabarit pour construire un angle deux fois plus grand, que celui représenté sur la figure ci-dessus. On dira dans cette partie que ce nouvel angle a une mesure de deux unités.
- c. De la même façon, construis un angle de mesure trois unités puis un angle de mesure cinq unités.
- d. Détermine, en unités, la mesure de chacun des angles ❶, ❷ et ❸ ci-dessous.

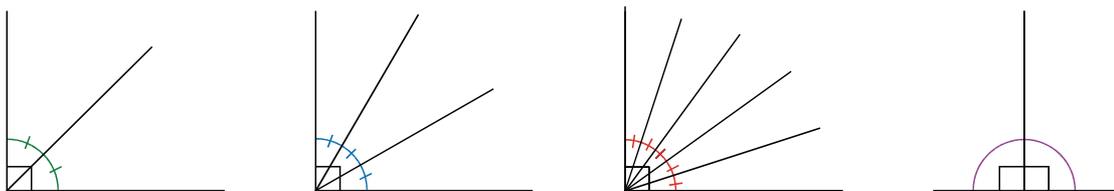


- e. Donne un encadrement, en unités, de la mesure de chacun des angles ❹, ❺ et ❻.
- f. Cette unité est-elle pratique pour mesurer les angles ? Pourquoi ?

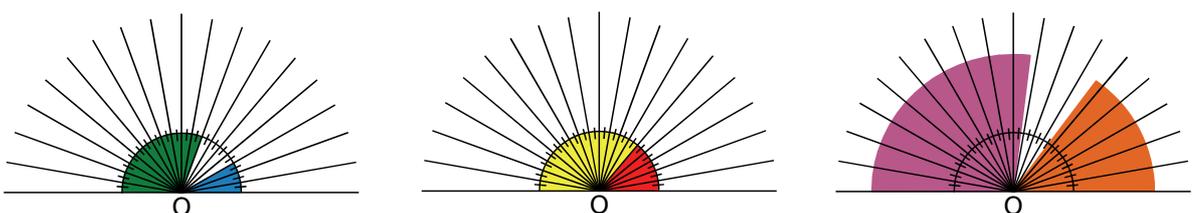
2. Mesure en degrés

Le degré est une unité d'angle plus pratique que la précédente. Voici un angle dont la mesure est 1° . Cette mesure a été choisie de telle manière qu'un angle droit mesure 90° .

- a. Parmi les nombres entre 2 et 10, trouve ceux qui sont des diviseurs de 90.
- b. Si on coupe un **angle droit** (90°) en deux angles de même mesure, quelle est alors la mesure de chacun des angles ? Même question si on le coupe en trois puis en cinq angles de même mesure. (Voir les trois premières figures ci-dessous.)



- c. Quelle est la mesure d'un **angle plat** (angle violet, dernière figure ci-dessus) qui est formé de deux angles droits **adjacents** ?
- d. On partage un angle plat en 18 angles de même mesure. Quelle est la mesure de chaque angle ?
- e. Détermine la mesure des angles marqués en bleu, vert, rouge et jaune. Donne un encadrement des angles marqués en violet et orange.



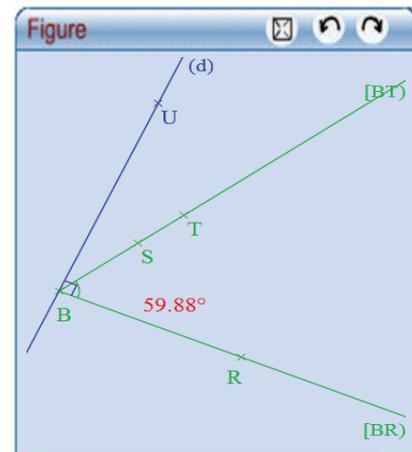
Activité 2 : Des angles dynamiques

1. Un angle avec TracenPoche

- À l'aide du logiciel TracenPoche, construis un angle.
- Explique comment tu as procédé pour construire cet angle.
- Combien de points a-t-il fallu définir pour construire cet angle ? Lequel de ces points joue un rôle « particulier » ? Propose alors une façon de nommer l'angle que tu as construit.
- Sur une nouvelle page et dans TracenPoche, construis un angle dont le nom est \widehat{TBR} . À l'aide du bouton , marque cet angle.
- À l'aide du bouton , place un point S sur la demi-droite [BT]. Quel autre nom peut-on donner à l'angle \widehat{TBR} ?

2. Plus petit ou plus grand qu'un angle droit

- À l'aide du bouton , fais afficher la mesure de l'angle \widehat{SBR} .
- À l'aide de la souris, déplace le point S. Cela modifie-t-il la valeur de l'angle \widehat{SBR} ?
- Déplace le point T pour que l'angle \widehat{TBR} mesure 90° . Que se passe-t-il quand cette mesure est atteinte exactement ?
- Une nouvelle fois, déplace le point T pour que l'angle \widehat{TBR} mesure 180° .
- À l'aide du bouton , construis la droite perpendiculaire à la demi-droite [BR] passant par B. Place un point U sur cette perpendiculaire.
- Bouge le point T pour que l'angle \widehat{TBR} mesure approximativement 68° , 112° , 95° , 79° et 88° . Que remarques-tu ?



3. Le rapporteur dans l'œil ?

- Sur une nouvelle page et dans TracenPoche, construis un angle \widehat{BAC} . Sans afficher sa mesure, essaie de bouger les points pour que la mesure de l'angle \widehat{BAC} soit plus petite que 40° .
- Construis alors un point D tel que la mesure de l'angle \widehat{CAD} soit approximativement deux fois plus grande que celle de l'angle \widehat{BAC} .
- Affiche alors la mesure des angles et regarde si tu avais bien le rapporteur dans l'œil !
- Place approximativement un point E tel que la demi-droite [AE] coupe l'angle \widehat{BAC} en deux angles de même mesure.
- Une nouvelle fois, vérifie la précision en affichant la mesure des angles.
- Comment peut-on construire précisément la demi-droite [AE] ? Cette demi-droite est appelée **bissectrice** de l'angle \widehat{BAC} .

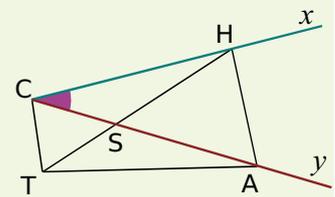
Méthode 1 : Nommer un angle

Exemple : Nomme l'angle marqué en violet sur la figure ci-dessous.

Le sommet de l'angle est le point C : c'est la lettre centrale.

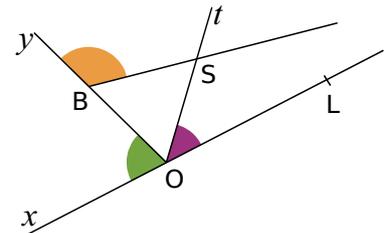
Les côtés de l'angle sont les demi-droites [CH) (ou [Cx) et [CS) (ou [CA) ou [Cy)).

Cet angle peut se nommer : \widehat{HCS} ; \widehat{SCH} ; \widehat{HCA} ; \widehat{ACH} ; \widehat{xCy} ; \widehat{yCx} .



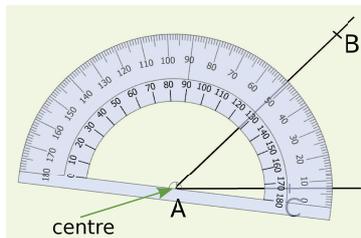
Exercices « À toi de jouer »

- 1 Nomme les angles marqués sur la figure ci-contre.
- 2 Construis un losange BLEU de 5 cm de côté. Marque en vert l'angle \widehat{UBL} et en bleu l'angle \widehat{UEB} .



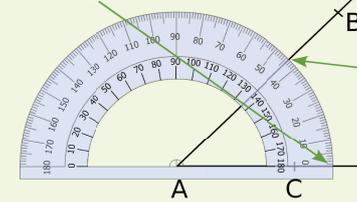
Méthode 2 : Utiliser le rapporteur

Exemple 1 : Mesure l'angle \widehat{CAB} .



On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle.

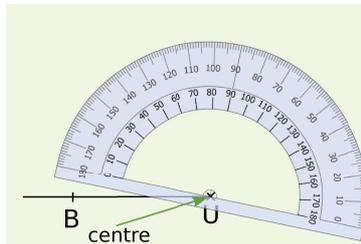
0 de la graduation extérieure



On lit sur la même graduation : 44°

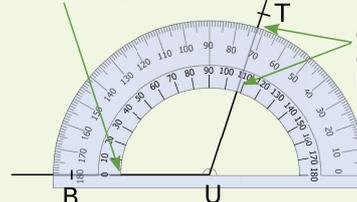
On place un zéro du rapporteur sur le côté [AC). Si besoin, on prolonge la demi-droite [AC). La mesure de l'angle est donnée par l'autre côté de l'angle sur la même échelle de graduation.

Exemple 2 : Construis un angle \widehat{BUT} de 108° .



On trace [UB), premier côté de l'angle. On place le centre du rapporteur sur le point U.

0 de la graduation intérieure

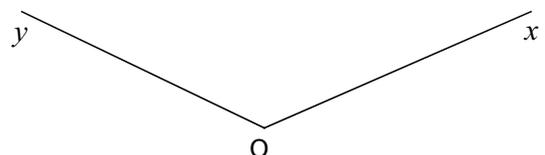


On lit 108° sur la même graduation, on affine avec l'autre graduation.

On place un zéro du rapporteur sur le côté [UB). On marque, d'un petit trait-repère, 108° avec la bonne graduation. On trace la demi-droite d'origine U passant par le repère. On place un point T sur cette demi-droite.

Exercices « À toi de jouer »

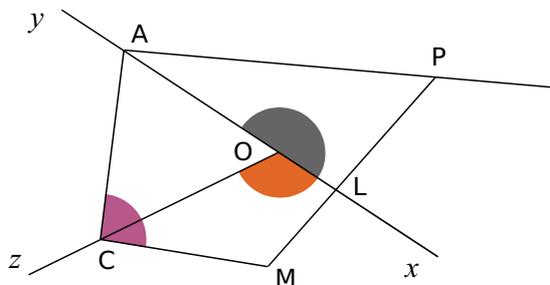
- 3 Mesure l'angle \widehat{xOy} ci-contre.
- 4 Construis un angle \widehat{SAT} de 85° .



Nommer un angle

1 De toutes les couleurs

Les points A, O et L sont alignés.



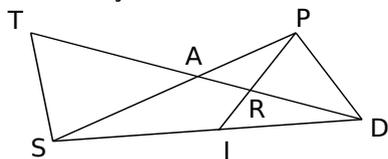
a. Nomme les angles marqués en couleur dans la figure de toutes les façons possibles.

b. Reproduis la figure puis marque en bleu l'angle \widehat{yOz} , en rouge l'angle \widehat{PMC} et en vert l'angle \widehat{PAL} .

2 Plusieurs noms

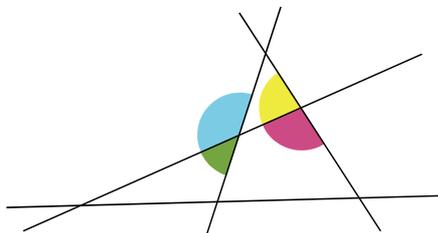
Les segments [TD] et [PS] sont sécants en A et les segments [PI] et [TD] se coupent en R. Trouve toutes les autres façons de nommer :

- l'angle \widehat{APR} ;
- l'angle \widehat{RDI} ;
- l'angle \widehat{PDA} .



3 Quelle étourdie !

Louise a recopié la figure ci-dessous qui était au tableau mais elle a oublié de noter les noms des points d'intersection des droites.



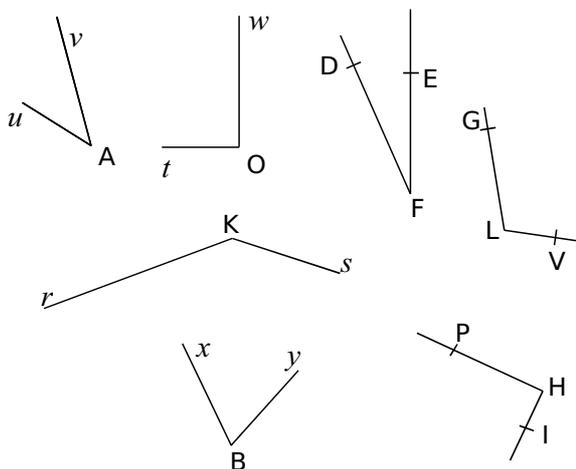
Elle appelle son camarade Ahmed qui lui dit que les angles en couleur se nomment \widehat{ABC} , \widehat{DBA} , \widehat{FAC} et \widehat{FAE} .

Reproduis la figure et nomme les points grâce à ces indications.

Mesure d'un angle

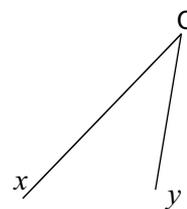
4 À vue d'oeil

Indique les angles qui te paraissent obtus, aigus ou droits.

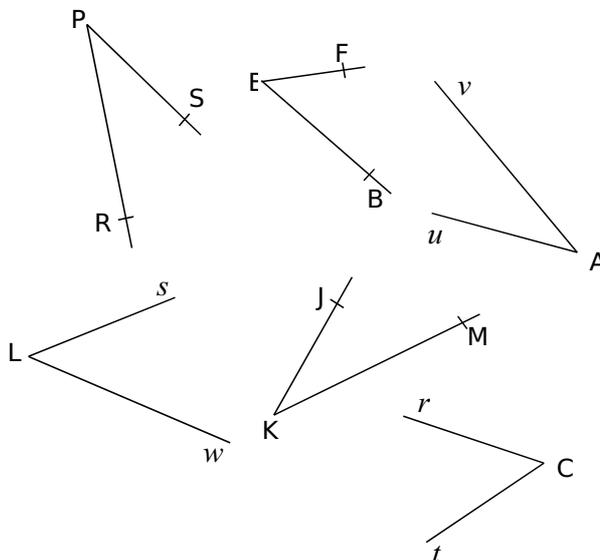


5 Comparer avec un gabarit

a. Reproduis sur du papier calque l'angle \widehat{xOy} ci-contre.

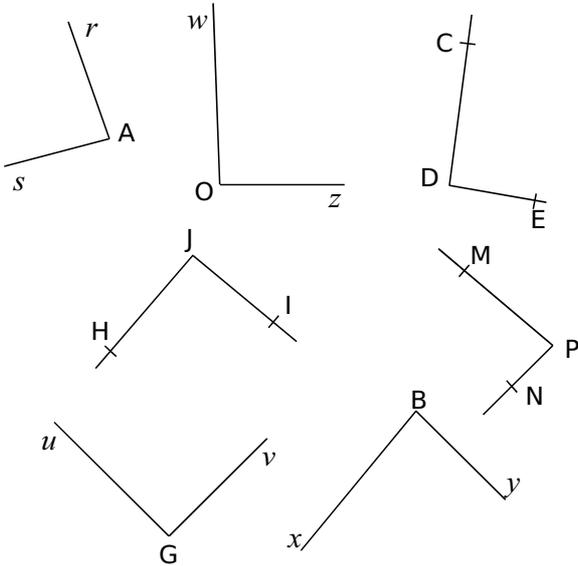


b. À l'aide du gabarit ainsi réalisé, indique parmi les angles ci-dessous ceux qui ont une mesure plus petite, plus grande ou égale à celle de l'angle \widehat{xOy} .



6 Avec l'équerre

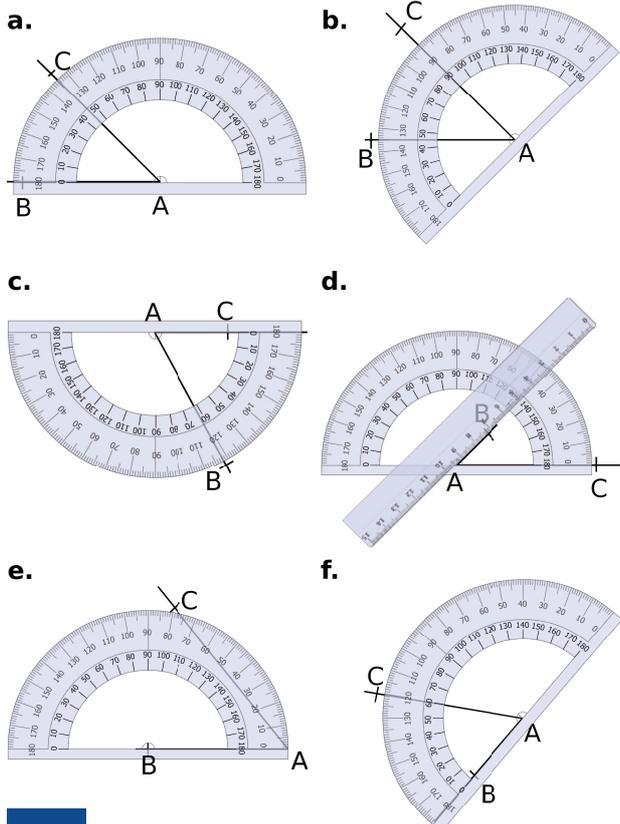
En utilisant ton équerre, détermine quels sont les angles aigus, obtus ou droits de chaque figure.



7 Bien placé ?

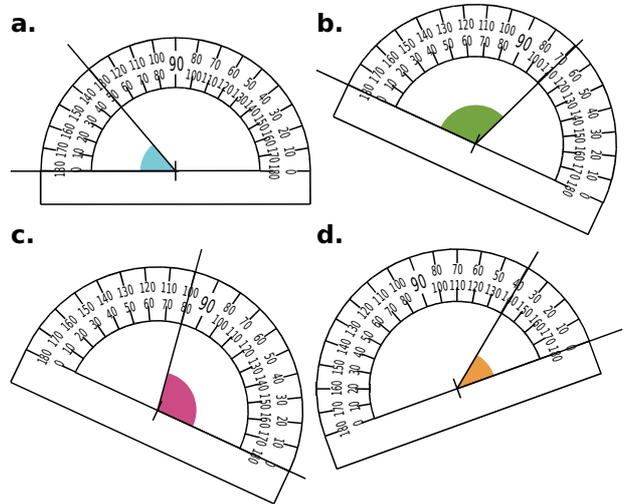
Dans chacun des cas suivants, José souhaite mesurer l'angle \widehat{BAC} .

Peut-il effectuer une mesure correcte ? Si oui, indique la mesure de l'angle et si non, explique pourquoi.

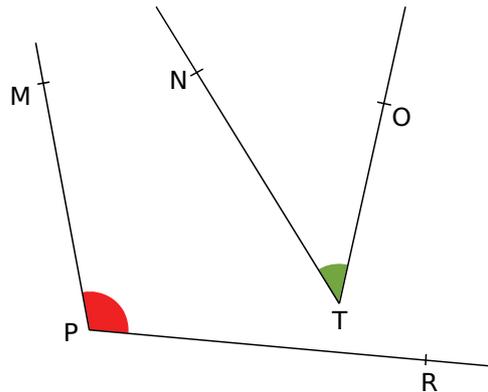


8 Quelle échelle ?

Pour chaque angle, indique s'il est aigu ou obtus. Lis ensuite sa mesure sur la bonne graduation du rapporteur.



9 Mesure les angles ci-dessous avec ton rapporteur.



10 Avec tracé préalable

- Trace un triangle ISO isocèle en S tel que $IS = 3,2 \text{ cm}$ et $IO = 4 \text{ cm}$.
- Mesure les angles \widehat{SIO} et \widehat{SOI} . Que penses-tu du résultat ?

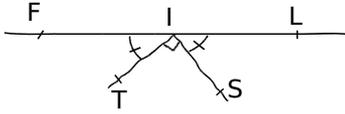
11 Avec un logiciel de géométrie dynamique

- Trace un segment $[AB]$, puis le cercle de centre A passant par B. Place un point C sur ce cercle. Vérifie que les propriétés de la figure sont conservées lorsque tu déplaces les points.
- Quelle est la nature du triangle ABC ainsi construit ? Justifie ta réponse.
- Fais afficher la mesure des angles \widehat{BCA} et \widehat{ACB} . Déplace les points. Que remarques-tu ?

12 Alignés ?

Dans la figure ci-dessous faite à main levée, on donne : $\widehat{LIS} = 44^\circ$.

Les points F, I et L sont-ils alignés ? Justifie.



Construire un angle

13 Construis les angles suivants : $\widehat{MOT} = 27^\circ$; $\widehat{SUD} = 151^\circ$; $\widehat{FIN} = 47^\circ$ et $\widehat{PRE} = 110^\circ$.

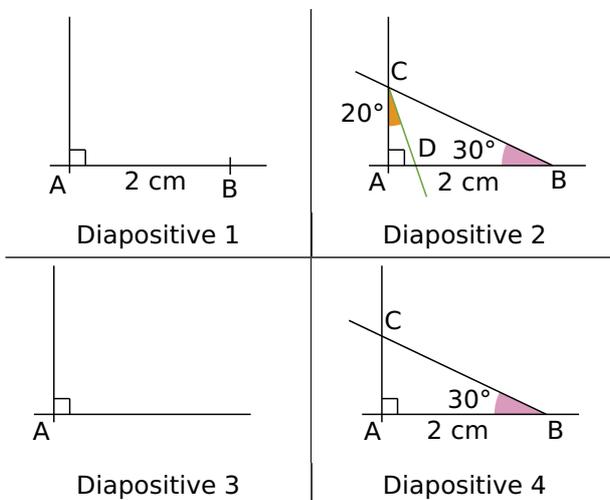
14 Dans chacun des cas suivants, trace un losange LONG tel que :

- $\widehat{OLG} = 31^\circ$ et $LO = 3$ cm.
- $\widehat{LON} = 131^\circ$ et $LO = 3$ cm.
- $\widehat{OLN} = 31^\circ$ et $LO = 3$ cm.

15 Le même triangle ?

- Trace un triangle TRI tel que $\widehat{TRI} = 45^\circ$ et $\widehat{TIR} = 110^\circ$.
- Tes camarades obtiendront-ils forcément un triangle identique au tien ?

16 On a pris des diapositives d'Albert en train de tracer une figure illustrant un énoncé de géométrie, mais elles ont été désordonnées.



- Dans quel ordre ont été prises ces diapositives ?
- Écris les consignes suivies par Albert.

17 Bissectrices

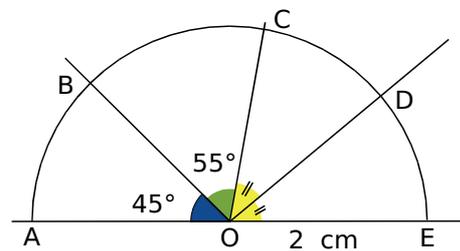
- Construis un angle \widehat{BIS} mesurant 82° et trace sa bissectrice [IT] à l'aide de ton rapporteur.
- Sur la même figure, trace la demi-droite [IM), bissectrice de l'angle \widehat{TIS} .
- Combien mesure l'angle \widehat{MIS} ? Justifie ta réponse.

18 Programme de construction

- Trace [AC] tel que $AC = 3$ cm. Construis un angle \widehat{ACx} mesurant 60° . Place un point B sur [Cx] tel que $CB = 5,6$ cm.
- Place le point D sur [AB] tel que $\widehat{DCB} = 25^\circ$.
- Place le point E sur [AD] tel que $\widehat{DCE} = 25^\circ$.
- Que peut-on dire de la demi-droite [CD) ?

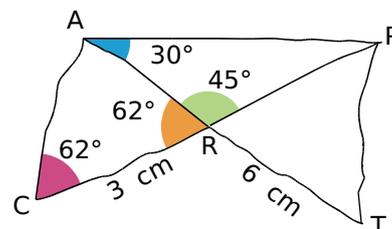
19 Secteur angulaire

Voici une figure construite par Joséphine.



- Reproduis la figure sur ton cahier.
- Écris un programme de construction de cette figure.

20 Reproduction de figure



- Reproduis en vraie grandeur la figure ci-dessus faite à main levée, dans laquelle les points A, R et T sont alignés.
- Quelle est la nature du triangle ARC ? Justifie.

Exercices d'approfondissement

21 Double triangle

- RAT est un triangle tel que $RA = 7 \text{ cm}$; $TA = 6 \text{ cm}$ et $\widehat{RAT} = 73^\circ$.
- RIT est un triangle tel que $\widehat{RTI} = 57^\circ$; $\widehat{TRI} = 82^\circ$.

- Réalise cette figure à main levée. Combien y a-t-il de possibilités ?
- Fais une figure en vraie grandeur.

22 Partage équitable

Marie organise une soirée avec cinq de ses amis. Ils achètent une pizza et une tarte.

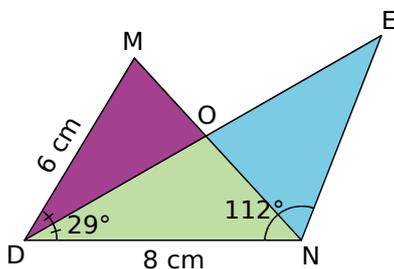
- Comment doit procéder Marie pour partager équitablement sa pizza avec ses amis ?
- Au moment du dessert, ses parents, son frère et sa sœur se joignent à la petite fête. Marie doit découper la tarte équitablement. Comment procède-t-elle ?

23 Polygones réguliers

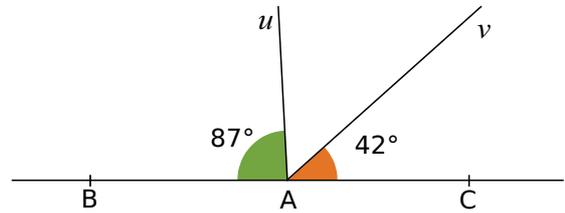
- Trace le polygone BCDEF en suivant le programme de construction :
 - trace un segment $[AB]$ de 5 cm ;
 - place le point C tel que $\widehat{BAC} = 72^\circ$ et $AC = 5 \text{ cm}$;
 - place le point D, différent du point B, tel que $\widehat{CAD} = 72^\circ$ et $AD = 5 \text{ cm}$;
 - complète la figure, en procédant de manière analogue pour placer les sommets E et F ;
 - trace le polygone BCDEF.
- Donne le nombre de côtés de ce polygone. Comment s'appelle-t-il ?
- Quel angle choisirais-tu pour construire un hexagone ? Un octogone ? Un décagone ?

24 Description

Écris un programme de construction pour la figure ci-dessous puis reproduis-la sur une feuille blanche.

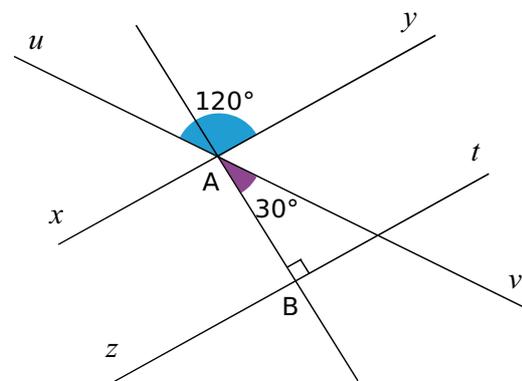


25 Les points B, A et C sont alignés.



Calcule, en détaillant, la mesure des angles \widehat{uAv} ; \widehat{BAv} ; \widehat{uAc} .

26 Calculs d'angles

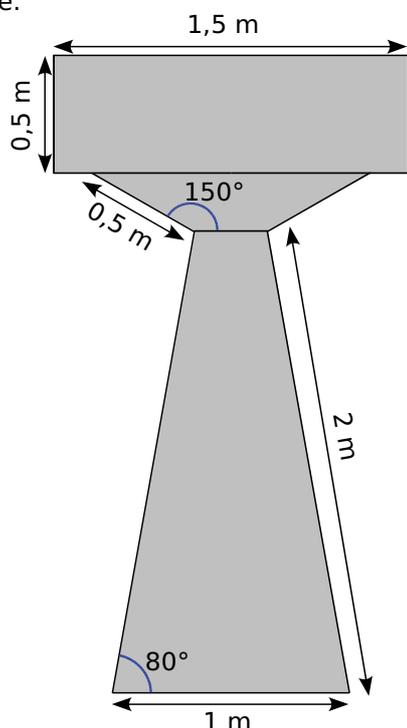


- Calcule, en détaillant, la mesure de l'angle \widehat{yAv} .
- Calcule, en détaillant, la mesure de l'angle \widehat{yAB} .
- Que peux-tu dire des droites (xy) et (zv) ? Justifie ta réponse.
- Reproduis la figure en respectant les mesures d'angles.

27 Calculs en cascade

- Place trois points A, B et C alignés dans cet ordre. Trace une demi-droite $[BD)$ telle que l'angle \widehat{ABD} mesure 70° . Trace la bissectrice $[Bx)$ de l'angle \widehat{ABD} . Marque M le point d'intersection de $[Bx)$ et $[AD)$. Trace la bissectrice $[By)$ de l'angle \widehat{DBC} . Marque N, le point d'intersection de $[By)$ et $[CD)$.
- Calcule la mesure de l'angle \widehat{DBC} .
- Calcule les mesures des angles \widehat{MBD} et \widehat{DBN} .
- Que peut-on dire de l'angle \widehat{MBN} ? Justifie ta réponse.

28 Voici un schéma d'un pilier réalisé par un architecte.

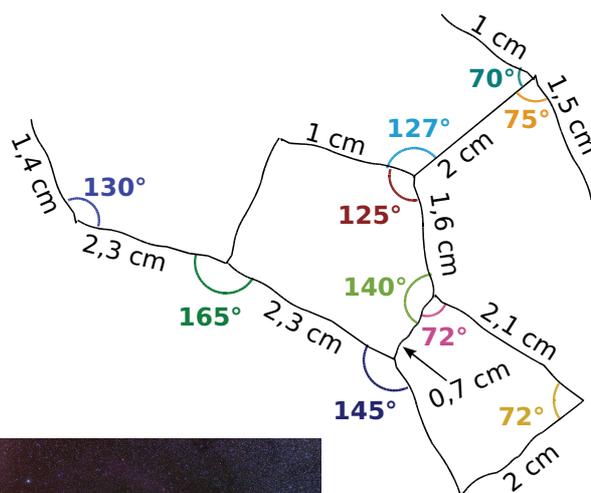


Reproduis la figure à la règle et au rapporteur, en respectant l'échelle demandée :
3 cm sur la figure représentent 1 m dans la réalité.

Le pilier admet un axe de symétrie.

29 Orion

- Alex observe la constellation d'Orion dans le ciel au travers de son télescope. Il voudrait la représenter pour son prochain exposé. Pour cela, il réalise quelques mesures ; il a reporté ses observations sur la figure à main levée ci-dessous.
- Peux-tu aider Alex à reproduire correctement la constellation d'Orion pour son exposé ?



Crédit photo : Mouser sur Wikimedia Commons Licence GNU-FDL

Travailler en groupe

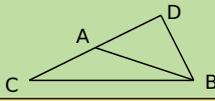
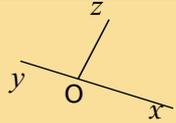
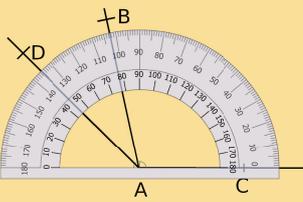
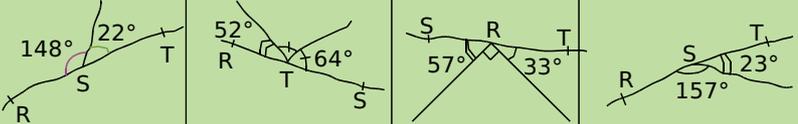
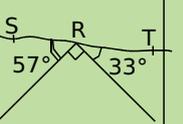
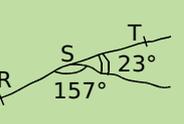
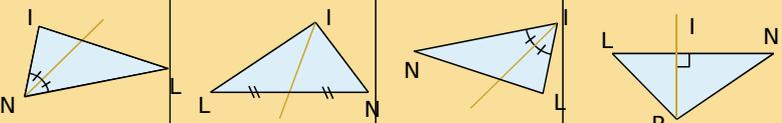
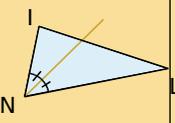
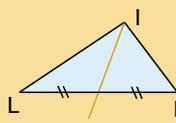
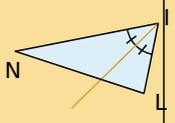
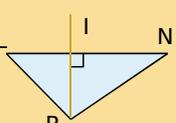
Polygones étoilés

1^{re} Partie : Quelques recherches

- Sur Internet ou au CDI, recherchez plusieurs exemples de polygones réguliers étoilés. Qu'observez-vous au centre de ces étoiles ?
- Pourquoi appelle-t-on de telles figures « polygones réguliers étoilés » ? Que faut-il tracer au préalable pour construire facilement de telles étoiles ?
- Combien de côtés doit avoir, au minimum, le polygone régulier de départ ? À quoi cela correspond-il pour l'étoile ?
- Observez les exemples d'étoiles trouvés à la question **a.** et expliquez comment procéder pour tracer une étoile à partir d'un polygone régulier.
- Tracez un polygone étoilé à six branches.

2^e Partie : Le pentagramme

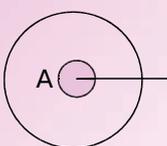
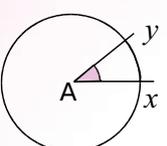
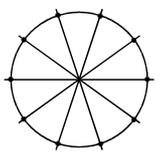
- Tracez un pentagone régulier puis un pentagramme sur une feuille blanche. Coloriez l'étoile.
- Mesurez les cinq côtés du pentagone régulier puis les branches du pentagramme.
- Calculez quelques rapports $\frac{\text{côtés du polygone régulier}}{\text{diagonales du pentagramme}}$.
- Que remarquez-vous ?
- Ce nombre s'appelle « le nombre d'or ». Il existe beaucoup de domaines où apparaît le nombre d'or. Trouvez-en quelques-uns dans des livres ou sur Internet.

		R1	R2	R3	R4
1	Le point A est le sommet des angles... 	\widehat{ABC}	\widehat{BAC}	\widehat{DAC}	\widehat{BDA}
2	À vue d'oeil... 	\widehat{xOy} est plat	\widehat{xOz} est droit	\widehat{yOz} est obtus	\widehat{xOz} est obtus
3	Un angle mesurant 92° est...	aigu	obtus	plat	droit
4		$\widehat{BAC} = 118^\circ$	$\widehat{CAD} = 145^\circ$	$\widehat{CAB} = 102^\circ$	$\widehat{BAD} = 33^\circ$
5	Sur quelle(s) figure(s) les points R, S, T sont-ils alignés ? 				
6	Sur quelle(s) figure(s) la demi-droite orange est-elle la bissectrice de l'angle \widehat{LIN} ? 				

Récréation mathématique

Cardioïde (d'après l'IREM de Grenoble)

Acte 1 : Entraînement

<p>a. Trace un cercle de centre A. Quelle est la mesure de l'angle de sommet A marqué sur la figure ?</p> 	<p>b. L'angle \widehat{xAy} s'appelle un angle au centre ; quelle mesure doit avoir cet angle si on veut partager le cercle en 10 arcs de même longueur ?</p> 	<p>c. Place les 10 points sur le cercle à l'aide du rapporteur comme ci-dessous.</p> 
--	---	---

Acte 2 : Enveloppe de cardioïde

- Trace un cercle de 16 cm de diamètre, puis partage-le en 36 arcs de cercle de même longueur.
- Numérote les points comme sur la figure ci-contre.
- Joins le point 1 au point 2, le point 2 au point 4, le point 3 au point 6, etc. (On double le numéro.)
- Recommence avec les numéros violets. On joint le point 1 au point 2, le point 2 au point 4, etc.
- Tu vois apparaître l'enveloppe d'une courbe appelée cardioïde.

