



# Écriture fractionnaire

N5



## Narration de recherche

Dans un premier pot, Grand-mère met 6 bonbons à l'orange et 10 au citron.  
Dans un deuxième pot, elle met 8 bonbons à l'orange et 14 au citron.  
Les bonbons sont de même forme et enveloppés de la même façon.

Comme Grand-mère sait que Julien n'aime pas le goût du citron, elle lui dit :

« Tu peux prendre un bonbon. Je te laisse choisir le pot dans lequel tu pourras glisser ta main, sans regarder à l'intérieur. »

Julien réfléchit bien et choisit enfin le pot où il pense avoir la meilleure chance de prendre un bonbon à l'orange.

À la place de Julien, quel pot aurais-tu choisi ?

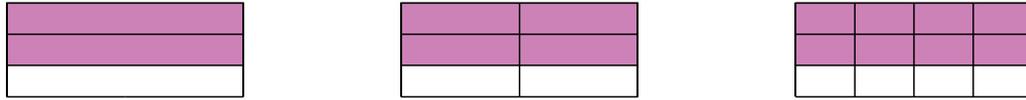


D'après le Rallye Mathématique Transalpin : <http://www.math-armt.org>

## Activité 1 : Égalités d'écritures fractionnaires

### 1. De l'observation et de l'imagination...

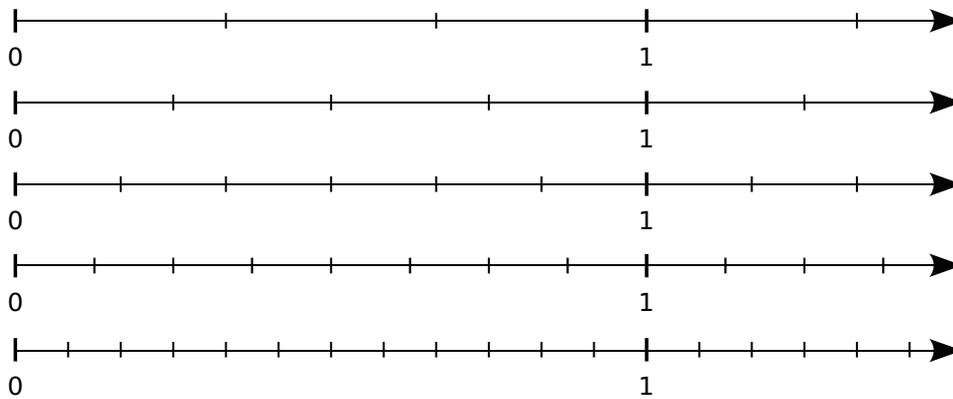
On a représenté ci-dessous trois fois le même rectangle avec la même surface coloriée. Chacun d'entre eux a été partagé en parts égales de différentes façons.



- En utilisant les trois rectangles, trouve trois fractions égales.
- En imaginant d'autres partages, trouve d'autres fractions égales aux précédentes.

### 2. Avec des demi-droites graduées (d'après IREM de Bordeaux)

Décâlque l'ensemble des demi-droites graduées ci-dessous.



- Choisis la demi-droite graduée qui convient le mieux pour placer chacun des nombres suivants :  $\frac{4}{3}$  ;  $\frac{8}{6}$  et  $\frac{16}{12}$ . Que remarques-tu ?
- Place  $\frac{3}{4}$  sur la demi-droite graduée appropriée et déduis-en des fractions égales à  $\frac{3}{4}$ .
- En t'inspirant de ce qui précède, propose des fractions égales à 2 puis à 5.

### 3. Avec la définition du quotient

- Calcule les produits suivants.

$$2 \times 1,5 ; \quad 6 \times 1,5 ; \quad 8 \times 1,5 ; \quad 3 \times 1,5 ; \quad 1,8 \times 1,5 ; \quad 5,4 \times 1,5.$$

- À l'aide de la définition du quotient, déduis-en des écritures fractionnaires égales à 1,5.

### 4. Synthèse

À l'aide de ce qui précède, détermine la condition pour que deux quotients soient égaux.

### 5. Des applications

- Trouve une fraction « plus simple » (c'est-à-dire avec un **numérateur** et un **dénominateur** plus petits) égale à  $\frac{35}{14}$ .
- En détaillant ta démarche, détermine une fraction égale à  $\frac{5,1}{0,75}$ .  
Simplifie, si possible, cette fraction.

## Activité 2 : Premières multiplications avec le nombre fraction

1. Effectue chacun des calculs suivants.

$$\bullet (6 \times 5) \div 4$$

$$\bullet 6 \times (5 \div 4)$$

$$\bullet (6 \div 4) \times 5$$

Que remarques-tu ?

2. Regroupe les écritures qui correspondent à un même nombre dans la liste ci-dessous.

$$5 \times \frac{9}{2}; \quad \frac{2 \times 9}{5}; \quad 5 \times \frac{2}{9}; \quad 9 \times \frac{2}{5}; \quad \frac{5 \times 2}{9}; \quad 2 \times \frac{5}{9}; \quad 9 \times \frac{5}{2}.$$

3. On veut maintenant déterminer le produit de 1,4 par  $\frac{3}{5}$ , soit  $1,4 \times \frac{3}{5}$ .

a. Calcule  $\left(1,4 \times \frac{3}{5}\right) \times 5$  et utilise alors la définition d'un quotient pour montrer que le produit  $1,4 \times \frac{3}{5}$  est le quotient de  $(1,4 \times 3)$  par 5.

b. En t'aidant de ce qui précède, justifie les égalités :  $1,4 \times \frac{3}{5} = \frac{1,4 \times 3}{5} = \frac{1,4}{5} \times 3$ .

4. Dédus des questions précédentes trois méthodes différentes pour calculer le produit d'un nombre décimal par une fraction.

Quelle que soit la méthode utilisée, par quel nombre divise-t-on toujours ?

## Activité 3 : Prendre une fraction d'une quantité

1. C'est pas de la tarte !

a. Florence a acheté une tarte de 400 g qu'elle a partagée en huit parts égales. Très gourmande, elle en a mangé les trois huitièmes. Calcule la masse d'une part de tarte et déduis-en la quantité, en grammes, mangée par Florence.

b. Pour fêter son anniversaire, Patrice a acheté trois tartes identiques à celle de Florence.

À la fin de la fête, il annonce fièrement : « J'ai mangé le huitième des tartes ! ». Quelle quantité de tarte, en grammes, a-t-il mangée ?

c. Quelle autre opération permet aussi de retrouver les réponses précédentes ?

Complète alors : « Prendre les  $\frac{3}{8}$  de 400 revient à ... . ».



Copyleft Manuel Flury  
Wikimedia commons  
Licence GNU-FDL 1.2

2. Histoire de sous...

Mario devait 5 sésames (monnaie utilisée en Sésamathie, pays des sésamatheux) à Bastien. Comme il ne les a pas rendus en temps et en heure, Bastien lui réclame des intérêts en lui demandant maintenant de lui donner les sept tiers de cette somme.

a. Mario se dit que « prendre 7 tiers de 5, c'est prendre 7 fois le tiers de 5. Or le tiers de 5, c'est le quotient de 5 par 3, soit exactement... ».

Poursuis son raisonnement pour déterminer la somme exacte à rembourser.

b. Complète : « Prendre les  $\frac{7}{3}$  de 5 revient à ... . ».

## Activité 4 : Quelques applications

### 1. Question de méthode !

a. Calcule chacun des produits suivants de trois façons différentes.

$$\bullet \quad 8 \times \frac{7}{4}$$

$$\bullet \quad 2,5 \times \frac{2}{5}$$

$$\bullet \quad \frac{12}{6} \times 9$$

Dans chaque cas, y a-t-il une méthode plus simple que les autres ? Explique.

b. Pour trouver une écriture décimale exacte de  $21 \times \frac{3}{7}$ , Chloé affirme qu'on ne peut pas utiliser l'une des méthodes. A-t-elle raison ? Explique.

c. Choisis la méthode qui te semble la plus astucieuse pour calculer les produits suivants.

$$\bullet \quad 1,89 \times \frac{100}{9}$$

$$\bullet \quad 15 \times \frac{2}{3}$$

$$\bullet \quad 45 \times \frac{8}{4}$$

d. On voudrait trouver la valeur exacte de  $5 \times \frac{7}{3}$ . Calcule ce produit en utilisant les trois méthodes. Quelle réponse donnerais-tu à la question posée ?

### 2. Multiplier par 0,1 ; par 0,01 ; ...

a. En remplaçant 0,1 par une fraction décimale, calcule  $5,4 \times 0,1$ .  
De la même façon, calcule  $0,791 \times 0,001$  puis  $2\,009 \times 0,01$ .

b. Quelle autre opération peut-on effectuer à la place d'une multiplication par 0,1 ? Par 0,01 ? Et par 0,001 ?

### 3. Des conversions

a. Complète :  $56,5 \text{ cm} = 56,5 \times \dots \text{ cm} = 56,5 \times \frac{1}{\dots} \text{ m} = \left(56,5 \times \frac{1}{\dots}\right) \text{ m} = \frac{\dots}{\dots} \text{ m} = \dots \text{ m}$ .

b. En reproduisant un raisonnement du même type, convertis 87,2 g en kg.

## Activité 5 : Appliquer un taux de pourcentage

1. Un commerçant consent une remise de 18 % sur tous ses articles.

a. Combien représente cette remise sur un article valant 100 € au départ ?  
Même question pour un article valant 1 € puis pour un article valant 135 € au départ.

b. Par quel nombre faut-il multiplier le prix de départ d'un article (en €) pour connaître le montant de la remise (en €) ? (Tu donneras ce nombre sous la forme d'une fraction décimale.)

c. Complète : « Prendre 18 % d'un nombre revient à ... ».

2. Dans un magasin, un article coûte 240 €. Calcule le montant de la remise lorsque celle-ci est de 50 %.

Que remarques-tu ? À quelle fraction du prix de cet article correspond cette remise ?

Mêmes questions pour une remise de 25 % puis de 75 %.

3. Dans un autre magasin, on accorde 16 % de remise sur un article coûtant 300 €. Détermine astucieusement le montant de cette remise.

## Méthode 1 : Reconnaître des écritures fractionnaires égales

### À connaître

Un quotient ne change pas quand on **multiplie** son numérateur et son dénominateur par un **même nombre** non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \text{ où } a, b \text{ et } k \text{ sont des nombres, avec } b \neq 0 \text{ et } k \neq 0.$$

**Exemple 1 :** Montre que  $\frac{5}{7}$  et  $\frac{40}{56}$  représentent un même nombre.

On sait que  $5 \times 8 = 40$  et que  $7 \times 8 = 56$ .

En multipliant le numérateur et le dénominateur par le même nombre, on obtient

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 8}{7 \times 8} = \frac{40}{56}, \text{ ce qui signifie que } \frac{5}{7} \text{ et } \frac{40}{56} \text{ représentent le même nombre.}$$

**Exemple 2 :** Parmi  $\frac{21}{27}$ ;  $\frac{56}{81}$ ;  $\frac{0,7}{0,9}$ ;  $\frac{48}{63}$  et  $\frac{23,1}{29,7}$ , relève les nombres égaux à  $\frac{7}{9}$ .

$$\bullet \frac{7}{9} = \frac{7 \times 3}{9 \times 3} = \frac{21}{27} \text{ donc } \frac{7}{9} = \frac{21}{27}.$$

$$\bullet \frac{0,7}{0,9} = \frac{0,7 \times 10}{0,9 \times 10} = \frac{7}{9} \text{ donc } \frac{7}{9} = \frac{0,7}{0,9}.$$

$$\bullet \text{ On remarque que } 7 \times 8 = 56 \text{ et que } 9 \times 8 = 72 \text{ donc } \frac{7}{9} = \frac{7 \times 8}{9 \times 8} = \frac{56}{72} \text{ et } \frac{7}{9} \neq \frac{56}{81}.$$

$$\bullet \text{ On remarque que } 9 \times 7 = 63 \text{ et que } 7 \times 7 = 49 \text{ donc } \frac{7}{9} = \frac{7 \times 7}{9 \times 7} = \frac{49}{63} \text{ et } \frac{7}{9} \neq \frac{48}{63}.$$

$$\bullet \text{ On détermine le nombre qui multiplié par } 7 \text{ donne } 23,1. \text{ Ce nombre est } \frac{23,1}{7}.$$

En effectuant la division, on trouve  $23,1 \div 7 = 3,3$ .

$$\text{Or } 9 \times 3,3 = 29,7 \text{ donc } \frac{7}{9} = \frac{7 \times 3,3}{9 \times 3,3} = \frac{23,1}{29,7}.$$

Les écritures fractionnaires de la liste égales à  $\frac{7}{9}$  sont donc  $\frac{21}{27}$ ;  $\frac{0,7}{0,9}$ ;  $\frac{23,1}{29,7}$ .

**Exemple 3 :** Trouve une fraction plus simple égale à  $\frac{48}{60}$ .

On utilise les critères de divisibilité connus et les tables de multiplication.

• Le chiffre des unités de 48 est 8 et celui de 60 est 0 donc 48 et 60 sont divisibles par 2. Ainsi  $\frac{48}{60} = \frac{2 \times 24}{2 \times 30} = \frac{24}{30}$ . (On dit qu'on a **simplifié** la fraction  $\frac{48}{60}$  par 2.)

• On remarque que 24 et 30 sont des multiples de 6. On peut donc encore simplifier la fraction par 6. Ainsi  $\frac{24}{30} = \frac{6 \times 4}{6 \times 5} = \frac{4}{5}$ .

Une fraction plus "simple" égale à  $\frac{48}{60}$  est donc par exemple  $\frac{24}{30}$  ou encore  $\frac{4}{5}$ .

$\frac{4}{5}$  n'est plus simplifiable. C'est la fraction la plus simple égale à  $\frac{48}{60}$ .

### Exercices « À toi de jouer »

**1** Parmi les nombres  $\frac{45}{27}$ ;  $\frac{0,05}{0,03}$ ;  $\frac{54}{33}$ ;  $\frac{90}{54}$  et  $\frac{40}{25}$ , relève ceux qui sont égaux à  $\frac{5}{3}$ .

**2** Trouve une fraction égale à chaque fraction de la liste :  $\frac{40}{90}$ ;  $\frac{18}{72}$ ;  $\frac{16}{24}$  et  $\frac{125}{75}$ .

## Méthode 2 : Prendre une fraction d'une quantité

### À connaître

Pour multiplier un nombre décimal  $a$  par une fraction  $\frac{b}{c}$  (avec  $c \neq 0$ ),

- on calcule le quotient  $b \div c$  puis on multiplie le résultat par  $a$  ;
- ou on calcule le produit  $a \times b$  puis on divise le résultat par  $c$  ;
- ou on calcule le quotient  $a \div c$  puis on multiplie le résultat par  $b$ .

**Remarque :** Peu importe la méthode, on divise toujours par le dénominateur de la fraction.

**Exemple 1 :** Calcule  $45 \times \frac{4}{5}$ .

- $45 \times \left(\frac{4}{5}\right) = 45 \times (4 \div 5) = 45 \times 0,8 = 36$
- ou  $45 \times \frac{4}{5} = \frac{45 \times 4}{5} = \frac{180}{5} = 36$
- ou  $45 \times \frac{4}{5} = \frac{45}{5} \times 4 = 9 \times 4 = 36$

**Remarque :** La dernière méthode semble ici plus rapide car les calculs peuvent se faire aisément de tête.

### À connaître

**Prendre une fraction d'une quantité**, c'est multiplier la fraction par la quantité.

**Exemple 2 :** Amélie a dépensé les cinq septièmes de ses économies qui s'élevaient à 14,70 €. Calcule le montant de sa dépense.

Calculer les cinq septièmes de 14,7, c'est multiplier  $\frac{5}{7}$  par 14,7.

$$\frac{5}{7} \times 14,7 = \frac{14,7}{7} \times 5 = 2,1 \times 5 = 10,5. \text{ (C'est ici la méthode la plus simple.)}$$

Amélie a donc dépensé 10,50 €.

**Exemple 3 :** 36 % des 425 élèves d'un collège sont externes. Combien d'élèves de ce collège sont externes ?

Prendre 36 % de 425, c'est multiplier  $\frac{36}{100}$  par 425.

$$\frac{36}{100} \times 425 = \frac{36 \times 425}{100} = \frac{15\,300}{100} = 153.$$

Il y a donc 153 élèves externes dans ce collège.

### Exercices « À toi de jouer »

**3** Calcule.                      a.  $5,6 \times \frac{10}{7}$                       b.  $45 \times \frac{9}{5}$                       c.  $4,6 \times \frac{18}{9}$

**4** Les deux tiers des 60 salariés d'une entreprise sont des ouvriers, un quart sont des techniciens et les autres sont des cadres. Détermine le nombre de salariés dans chacune des catégories.

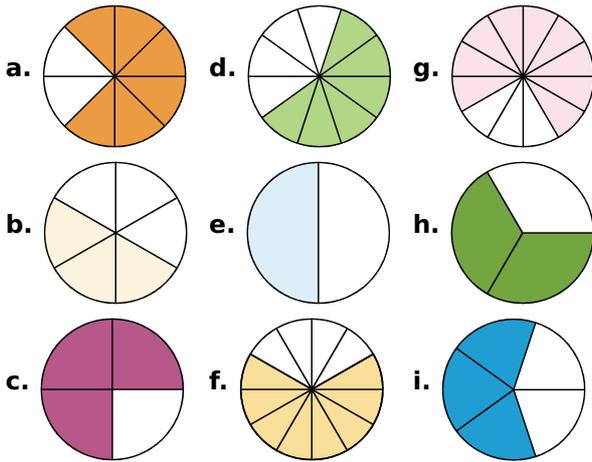
**5** Lundi, sur 23 kg de raisins récoltés, le vigneron a dû en jeter 12 %. Quelle masse de raisins a-t-il jetée lundi ?

## Écritures fractionnaires

### égales

#### 1 Partage de disques

En t'inspirant des schémas ci-dessous, écris des égalités de fractions.



#### 2 Numérateur ou dénominateur fixé

Recopie et complète.

a.  $\frac{4}{5} = \frac{4 \times \dots}{5 \times \dots} = \frac{\dots}{15}$       d.  $\frac{15}{18} = \frac{\dots \times \dots}{6 \times \dots} = \frac{\dots}{6}$   
 b.  $\frac{2}{7} = \frac{2 \times \dots}{7 \times \dots} = \frac{\dots}{56}$       e.  $\frac{7}{14} = \frac{1 \times \dots}{\dots \times \dots} = \frac{1}{\dots}$   
 c.  $\frac{4}{3} = \frac{4 \times \dots}{3 \times \dots} = \frac{\dots}{9}$       f.  $\frac{12}{20} = \frac{\dots \times \dots}{2 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$

#### 3 Numérateur ou dénominateur fixé (bis)

Recopie et complète.

a.  $\frac{7}{3} = \frac{\dots}{6}$       c.  $\frac{7}{5} = \frac{21}{\dots}$       e.  $\frac{12}{8} = \frac{\dots}{4}$   
 b.  $\frac{1}{4} = \frac{2}{\dots}$       d.  $\frac{3}{4} = \frac{\dots}{100}$       f.  $\frac{100}{80} = \frac{25}{\dots}$

#### 4 Avec une étape

Recopie et complète.

a.  $\frac{10}{6} = \frac{\dots}{3} = \frac{25}{\dots}$       d.  $\frac{45}{60} = \frac{3}{\dots} = \frac{\dots}{28}$   
 b.  $\frac{12}{15} = \frac{\dots}{5} = \frac{8}{\dots}$       e.  $\frac{26}{65} = \frac{\dots}{5} = \frac{\dots}{10}$   
 c.  $\frac{27}{18} = \frac{\dots}{2} = \frac{15}{\dots}$       f.  $\frac{49}{42} = \frac{7}{\dots} = \frac{\dots}{72}$

#### 5 Égalités de fractions

Dans chaque cas, indique, en justifiant, si les fractions données sont égales.

a.  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{10}{15}$       c.  $\frac{12}{15}$  et  $\frac{4}{5}$   
 b.  $\frac{12}{8}$  et  $\frac{36}{16}$       d.  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{4}{9}$

#### 6 À la recherche des nombres égaux

Trouve, parmi les nombres suivants, ceux qui sont égaux.

A =  $\frac{7}{4}$       E =  $\frac{3}{2}$       I =  $\frac{21}{49}$       M =  $\frac{1,2}{0,5}$   
 B =  $\frac{3}{7}$       F =  $\frac{33}{100}$       J =  $\frac{14}{8}$       N =  $\frac{15}{10}$   
 C =  $\frac{12}{5}$       G =  $\frac{28}{16}$       K = 1,5      P = 0,33  
 D =  $\frac{9}{49}$       H =  $\frac{1}{3}$       L =  $\frac{18}{12}$       Q =  $\frac{45}{105}$

#### 7 Intrus

Dans chacune des listes de fractions suivantes se cache un intrus. Trouve-le en justifiant.

a.  $\frac{80}{100}$  ;  $\frac{16}{20}$  ;  $\frac{4}{5}$  ;  $\frac{34}{40}$  ;  $\frac{8}{10}$   
 b.  $\frac{12}{16}$  ;  $\frac{15}{25}$  ;  $\frac{3}{4}$  ;  $\frac{75}{100}$  ;  $\frac{21}{28}$   
 c.  $\frac{91}{115}$  ;  $\frac{65}{75}$  ;  $\frac{130}{150}$  ;  $\frac{13}{15}$  ;  $\frac{26}{30}$

#### 8 À toi de jouer

a. Trouve quatre fractions égales à  $\frac{12}{15}$ .  
 b. Trouve cinq fractions égales à  $\frac{51}{34}$ .

#### 9 Par quoi simplifier ?

Pour chacune des fractions suivantes, détermine un nombre entier (différent de 1) qui divise à la fois le numérateur et le dénominateur.

a.  $\frac{18}{16}$       c.  $\frac{12}{22}$       e.  $\frac{60}{36}$   
 b.  $\frac{5}{10}$       d.  $\frac{27}{9}$       f.  $\frac{84}{35}$

## 10 Simplification de fractions

Simplifie, si possible, les fractions suivantes.

- a.  $\frac{6}{4}$       c.  $\frac{12}{16}$       e.  $\frac{1}{2}$   
 b.  $\frac{8}{10}$       d.  $\frac{18}{27}$       f.  $\frac{45}{35}$

## 11 Simplification de fractions (bis)

Simplifie, si possible, les fractions suivantes.

- a.  $\frac{13}{7}$       c.  $\frac{48}{36}$       e.  $\frac{13}{26}$   
 b.  $\frac{22}{77}$       d.  $\frac{60}{15}$       f.  $\frac{256}{384}$

## 12 Écriture fractionnaire d'un nombre décimal

Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une fraction décimale, puis simplifie, si possible, cette fraction.

- a. 1,2      c. 2,25      e. 1,125  
 b. 0,5      d. 0,02      f. 1,24

## 13 D'écriture fractionnaire à fraction

Transforme chacune des écritures fractionnaires suivantes en une fraction, puis simplifie, si possible, cette fraction.

- a.  $\frac{1,2}{2}$       c.  $\frac{1,5}{30}$       e.  $\frac{7,68}{1,4}$   
 b.  $\frac{7,3}{1,5}$       d.  $\frac{9,125}{2,5}$       f.  $\frac{1,3}{7}$

## 14 De dénominateur 100

Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100.

- a.  $\frac{1}{2}$       c.  $\frac{1}{10}$       e.  $\frac{18}{5}$   
 b.  $\frac{3}{4}$       d.  $\frac{9}{20}$       f. 3

## 15 De fraction à écriture décimale

Détermine, sans poser de calcul, l'écriture décimale des nombres suivants.

- a.  $\frac{16}{25}$       b.  $\frac{7}{20}$       c.  $\frac{9}{50}$       d.  $\frac{71}{4}$

## Prendre une fraction d'un nombre

### 16 Astucieusement

a. Quelle méthode est la plus astucieuse pour effectuer le calcul  $\frac{3}{4} \times 16$  ? Justifie ta réponse.

b. Effectue les calculs suivants sans calculatrice le plus astucieusement possible.

- $\frac{21}{3} \times 5$       •  $\frac{18}{7} \times 14$       •  $\frac{8}{16} \times 4,28$   
 •  $\frac{35}{4} \times 12$       •  $3,4 \times \frac{5}{17}$       •  $\frac{7}{3} \times 36,9$

17 Traduis chaque énoncé par un calcul que tu effectueras.

- a. Le quart de cent.  
 b. Les trois quarts de soixante.  
 c. Les cinq tiers de trois cent soixante.  
 d. Quatre-vingts centièmes de trente.

### 18 Recopie et complète.

- a.  $\dots \times \frac{8}{7} = \frac{56}{7}$       d.  $\dots \times \frac{8}{7} = 16$   
 b.  $\frac{7}{5} \times \dots = \frac{42}{5}$       e.  $\frac{9}{14} \times \dots = \frac{27}{7}$   
 c.  $\frac{9 \times \dots}{11} = \frac{72}{11}$       f.  $\frac{\dots \times 5}{20} = \frac{3}{4}$

19 Pour chaque question, dis si les nombres donnés sont égaux.

- a. Trois quarts de seize et  $6 \times \frac{48}{24}$ .  
 b. Deux cinquièmes de vingt et  $\frac{2}{3} \times 12$ .  
 c. Cinq douzièmes de trente-deux et  $4,2 \times \frac{33}{11}$ .

### 20 Multiplication par 0,1 ; 0,01 ; 0,001

a. Recopie et complète.

$$578,4 \times 0,01 = 578,4 \times \frac{1}{100} = \frac{578,4 \times \dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

b. Sur le même modèle, effectue les calculs.  
 $89,3 \times 0,1$  ;  $0,12 \times 0,001$  ;  $890\,001 \times 0,01$ .

## 21 Avec la calculatrice

À l'aide de la calculatrice, trouve le résultat des calculs suivants (précise si le résultat est exact ou approché).

a.  $25\,361 \times \frac{84}{521}$       b.  $17\,232 \times \frac{591}{48}$

## 22 Pourcentages de base

Calcule.

a. 25 % de 100 g      c. 70 % de 15 €  
b. 30 % de 200 m      d. 150 % de 15 kg

## 23 Combien de minutes ?

a. Exprime en minutes, en justifiant, chacune des durées suivantes.

- une demi-heure.
- deux tiers d'une heure.
- trois quarts d'heure.
- une heure et quart.

b. Transforme les durées suivantes en heures et minutes.

- sept quarts d'heure.
- un vingtième d'heure.
- neuf demi-heures.
- six dixièmes d'heure.

## 24 Partage d'un segment

Trace un segment [AB] de 63 mm.

Place un point C appartenant à [AB] tel que [AC] mesure les  $\frac{5}{7}$  de [AB].

## 25 Le partage

Hugo a 43,20 € dans sa tirelire. Il décide d'en donner les  $\frac{4}{9}$  à son petit frère Lukas. Combien Lukas va-t-il recevoir ?

## 26 Le cycliste

Un cycliste fait un trajet de 45 km dont les deux tiers sont de la montée. Quelle est la longueur de la montée ?

## 27 Le réservoir

Le réservoir de ma voiture a une capacité de 56 litres.

Il est rempli aux  $\frac{3}{14}$  d'essence. Combien reste-t-il de litres d'essence dans ce réservoir ?

## 28 Les élèves de sixième

252 élèves de sixième ont été interrogés sur la fréquence hebdomadaire de leur pratique du sport en dehors de l'école.

- $\frac{1}{6}$  des élèves ne pratiquent aucun sport ;
  - $\frac{3}{7}$  des élèves en font une fois ;
  - $\frac{3}{14}$  des élèves en font deux fois ;
  - le reste des élèves en font plus de deux fois par semaine.
- Calcule le nombre d'élèves pour chacune de ces catégories.

## 29 Au cinéma

Dans la grande salle de 175 places d'un cinéma de quartier, est projeté un film qui a permis de remplir la salle à 76 %.

Combien y a-t-il eu de spectateurs à cette séance ?

## 30 Choisir

a. Vaut-il mieux recevoir 2 % de 3 625 € ou 80 % de 90 € ?

b. Un pull vert, qui coûtait 35 €, est vendu à 70 % de son prix initial et un pull bleu, qui coûtait 27 €, est vendu à 95 % de son prix initial. Lequel sera le moins cher à l'achat ?

## 31 Composition d'un aliment

Un plat préparé de 254 g contient 27 % de lipides, 55 % de protéides et 16 % de glucides. Détermine la masse de ces trois substances dans ce plat.

## 32 L'air

L'air est constitué principalement d'azote et d'oxygène. Dans un volume d'air donné, le volume d'azote correspond à 78,6 % du volume total et celui d'oxygène à 20,9 %.

Sachant qu'une salle de classe a un volume de 125 m<sup>3</sup>, calcule le volume, en m<sup>3</sup>, de chacun de ces gaz présents dans cette salle.

## 33 Du chocolat blanc

Le chocolat blanc contient 20 % de beurre de cacao, 14 % de matière sèche d'origine lactique et 55 % de sucre.

Calcule la masse de chacun de ces ingrédients dans une tablette de chocolat blanc de 150 g.

# Exercices d'approfondissement

**34** Dans le but de faire du béton, Antoine a préparé (avant d'incorporer l'eau) un mélange de 100 kg composé de 30 % de graviers, de trois huitièmes de sable et le reste de ciment.

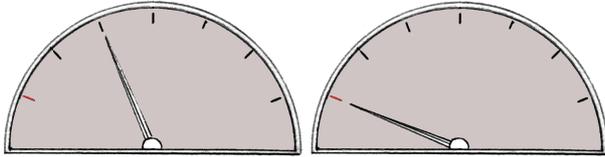
Calcule la masse de chaque composant de ce mélange.

## 35 L'enquête

Un employé utilise le véhicule de sa société pour aller faire des livraisons.

La capacité du réservoir du véhicule est de 40 L pour une consommation inférieure à 10 L pour 100 km.

Son employeur soupçonne une utilisation supplémentaire non autorisée et a donc photographié la jauge à essence du véhicule en début et en fin de journée pour vérifier.



le matin

le soir

Sachant que le circuit journalier de l'employé fait 40 km, détermine si les soupçons de l'employeur sont justifiés.

## 36 La course

Une course de 4 500 m est organisée autour du collège. Durant cette course :

- Ahmed doit stopper après avoir parcouru un dixième du trajet ;
- Bernard s'essouffle au bout des cinq sixièmes de la course ;
- Carolina, elle, n'atteint que 25 % de la longueur du parcours ;
- Dieter se blesse alors qu'il ne lui restait plus qu'un quinzième de la course à effectuer.

Calcule la distance parcourue par chacun.

## 37 Le club Ludimaths

Un collège comporte 840 élèves dont 80 % sont demi-pensionnaires.

Les sept douzièmes d'entre eux mangent au premier service, les autres au second service. Le club de jeux mathématiques a lieu durant le premier service et accueille un septième des élèves disponibles à ce moment-là.

- Combien d'élèves participent à ce club ?
- Quelle fraction du nombre total d'élèves représentent-ils ? Simplifie-la, si possible.

## 38 Les soldes

**a.** Un article coûtant 30 € subit une première réduction de 50 %. Calcule son nouveau prix.

**b.** Lors d'une deuxième démarque, le même article subit une nouvelle réduction de 50 %. Calcule son nouveau prix.

**c.** Le prix de cet article a-t-il diminué de 100 % après ces deux démarques ? Justifie.

## 39 Le concours

Un concours se déroule en deux étapes :

- tous les candidats passent les épreuves d'admissibilité à l'écrit ;

- seuls ceux qui sont déclarés "admissibles" passent les épreuves d'admission à l'oral. Ces derniers sont alors déclarés "admis" ou pas.

1 200 candidats se sont présentés à ce concours. Après l'écrit, un tiers d'entre eux a été recalé. Le reste a passé l'oral où les trois quarts n'ont finalement pas été admis.

Combien de candidats ont été admis à ce concours ?

## 40 La marée

Il est midi à Dunkerque et la marée est basse. La « règle des douzièmes » nous dit que la mer

va monter de  $\frac{1}{12}$  de l'amplitude totale pendant

la première heure, de  $\frac{2}{12}$  durant la 2<sup>e</sup> heure, de

$\frac{3}{12}$  la 3<sup>e</sup> heure, encore  $\frac{3}{12}$  la 4<sup>e</sup> heure,  $\frac{2}{12}$  la 5<sup>e</sup>

heure pour finir avec le dernier douzième la 6<sup>e</sup> heure et arriver enfin à marée haute.

La mer redescend ensuite de la même manière suivant un cycle d'environ six heures.

Reproduis et complète le tableau suivant en sachant que l'amplitude totale est de 3,60 m.

Heure	12 h	13 h	...	23 h	24 h
Hauteur d'eau (m)	0				

## 41 Le jardin

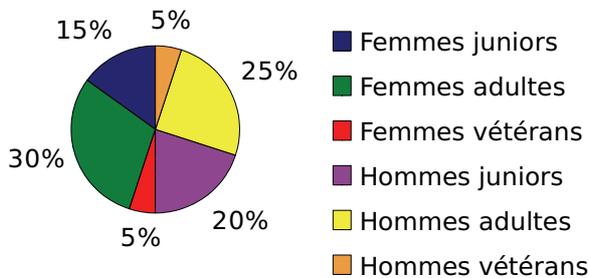
Dans un terrain de 3,5 ha, les  $\frac{4}{5}$  de la surface sont occupés par des arbres fruitiers.

Les pommiers occupent les  $\frac{2}{7}$  de la surface occupée par les arbres fruitiers.

Calcule, en m<sup>2</sup>, la surface occupée par les pommiers. (1 ha = 1 hm<sup>2</sup>.)

## 42 Club sportif

Le diagramme suivant donne la répartition des adhérents d'un club sportif selon leur sexe et selon leur tranche d'âge.



- Reporte ces indications dans un tableau en remplaçant les pourcentages par des fractions simplifiées.
- Le club comporte 360 adhérents. Calcule le nombre d'adhérents de chaque catégorie.

## 43 Le Scrabble®

Le tableau suivant donne le nombre de jetons correspondant à chaque lettre de l'alphabet.

Lettre	E	A	I	NO RS TU	L	D M	BCFG HPV Blanc	JKQW XYZ
Nombre	15	9	8	6	5	3	2	1

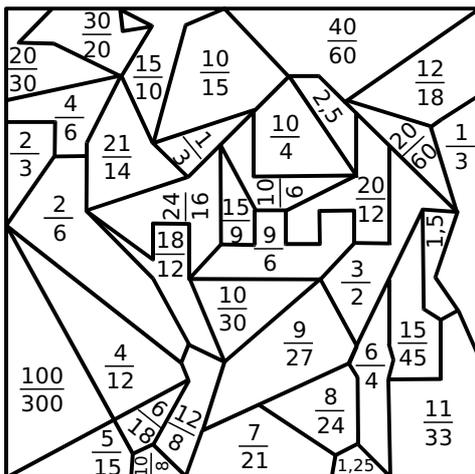
- Quel est le nombre total de jetons dans le jeu ?
- Quelle fraction des jetons est marquée de la lettre P ? Simplifie, si possible, cette fraction. Même question pour les lettres D, E puis A.
- Quelle fraction des jetons est marquée d'une consonne ? Simplifie, si possible, cette fraction.
- Y a-t-il plus ou moins de la moitié des lettres ayant un nombre d'exemplaires inférieur ou égal à 5 ? Quelle fraction exactement ?

## Travailler en groupe

### 1 Coloriages magiques

#### 1<sup>re</sup> Partie : Le dessin mystère

- Chaque groupe décalque le dessin ci-dessous.



- Coloriez les zones avec des nombres égaux aux fractions du tableau ci-dessous dans la couleur correspondante.

- $\frac{5}{3}$  en rouge
- $\frac{5}{2}$  en vert
- $\frac{3}{2}$  en marron
- $\frac{5}{4}$  en noir
- $\frac{1}{3}$  en jaune
- $\frac{2}{3}$  en bleu

#### 2<sup>e</sup> Partie : À votre tour !

- Chaque groupe produit un dessin avec des couleurs différentes suivant le même principe.
- Échangez ensuite avec un autre groupe vos dessins. Coloriez alors le dessin que vous avez reçu.

### 2 Jeu de dominos

#### 1<sup>re</sup> Partie : Fabrication

- Par groupe, choisissez cinq fractions qui ne sont pas égales entre elles. Pour chacune de ces fractions, proposez six écritures différentes.
- Fabriquez alors 15 dominos à l'aide de toutes ces fractions.

#### 2<sup>e</sup> Partie : Jouez !

- Échangez votre jeu avec un groupe et jouez ! Vérifiez à chaque étape du jeu que la règle d'origine est respectée.

#### 3<sup>e</sup> Partie : Encore plus fort !

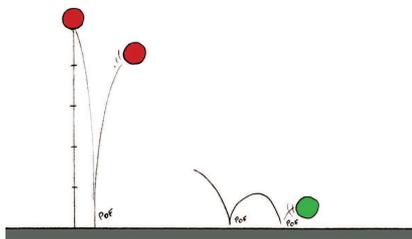
- Choisissez encore deux autres fractions différentes et complétez votre jeu en fabriquant les 13 dominos supplémentaires.
- Jouez avec votre nouveau jeu et contrôlez à chaque étape que la règle est bien respectée.

		R1	R2	R3	R4
1	$\frac{735}{210}$ est simplifiable par...	2	3	5	7
2	$\frac{12}{14}$ est égal à...	$\frac{24}{48}$	$\frac{112}{114}$	$\frac{18}{21}$	$\frac{6}{7}$
3	Les fractions que l'on peut encore simplifier sont...	$\frac{1}{3}$	$\frac{1\ 765\ 448}{267\ 460}$	$\frac{13}{26}$	$\frac{987\ 465}{34\ 542\ 290}$
4	$\frac{8}{7} = \frac{?}{56}$ donc « ? » vaut...	49	64	55	7
5	$\frac{5}{8} = 0,625$ donc...	$\frac{50}{80} = 0,625$	$\frac{15}{18} = 0,625$	$\frac{50}{8} = 6,25$	$\frac{8}{5} = 0,625$
6	$2,5 \times \frac{9}{4} = \dots$	$\frac{2,5 \times 4}{9}$	$\frac{2,5}{4} \times 9$	$\frac{22,5}{10}$	$5 \times \frac{18}{8}$
7	$\frac{8}{15} \times 5 = \dots$	2,6	$\frac{40}{15}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{8}{75}$
8	Prendre 25 % d'un nombre, c'est...	prendre le quart de ce nombre.	multiplier ce nombre par $\frac{25}{100}$ .	diviser ce nombre par 4.	ajouter 25 à ce nombre.
9	Pour calculer 37 % de 600, on peut effectuer...	$600 \div 37$	$0,37 \times 600$	$37 \times 6$	$(600 \times 37) \div 100$

## Récréation mathématique

### La balle au bond

Julien possède trois balles fabriquées avec des matières différentes. Sa balle rouge est la plus tonique : à chaque rebond, elle remonte aux  $\frac{4}{5}$  de sa hauteur de chute.



La verte ne remonte qu'aux  $\frac{3}{4}$  de sa hauteur de chute et la bleue seulement aux  $\frac{2}{3}$  de la sienne.

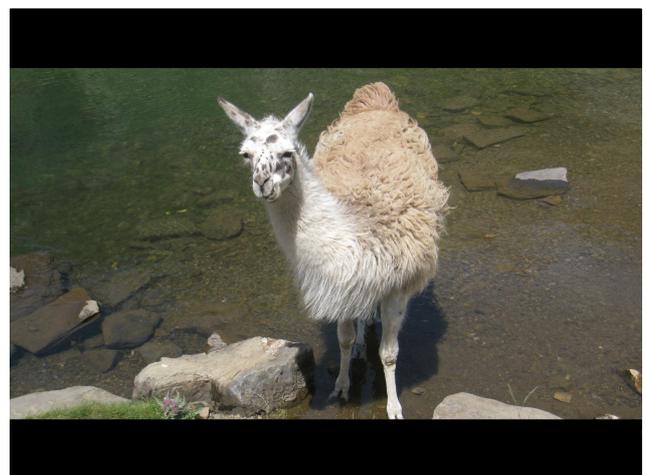
Julien lâche ses trois balles d'une hauteur de 180 cm. Il mesure à quelle hauteur arrivent :

- la rouge après 5 rebonds ;
- la verte après 4 rebonds ;
- la bleue après 3 rebonds.

Laquelle des trois arrive le plus haut ?

### Mon rapport à la télé !

L'écran d'une télévision est au format  $16/9^e$  quand le rapport de sa longueur par sa largeur est égal à cette fraction. D'autres écrans sont au format  $4/3$ .



Sur sa télévision au format  $4/3$ , Gilles regarde un film au format  $16/9^e$  (des bandes noires apparaissent alors). Quelle fraction de l'écran total représente la partie sans image ?